ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 20 AOUT 1945.

PRÉSIDENCE DE M. MAURICE CAULLERY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Portulacacées. Développement de l'embryon chez le* Claytonia perfoliata *Donn.* Note de M. **René Souèges**.

J'ai déjà examiné, il y a quelques années ([1]), l'embryon du *Portulaca oleracea* L. Chez cette espèce les lois du développement se sont montrées, dans leurs traits essentiels, identiques à celles qui avaient été établies au sujet d'une plante de la famille des Primulacées, le *Samolus Valerandi* L., et tout à fait différentes de celles qui avaient été jusqu'alors observées chez les Centrospermées. Il importait de savoir si des conclusions aussi imprévues avaient un caractère exceptionnel ou pouvaient s'étendre à d'autres réprésentants de la famille des Portulacacées.

Les figures 1 à 5 montrent que, chez le *Claytonia perfoliata*, il se constitue, aux dépens du proembryon bicellulaire (*fig.* 1), par bipartitions régulières, une tétrade en T (*fig.* 2), puis un proembryon octocellulaire (*fig.* 3, 4), enfin un proembryon à seize cellules (*fig.* 5), tout à fait comparables à ceux qui s'observent dans le type embryonomique du *Polygonum Persicaria* L. ([2]).

L'étage *l*, dans le proembryon hexadécacellulaire, comporte 4 cellules circumaxiales, qui, en général, prennent des cloisons tangentielles isolant extérieurement des éléments de dermatogène (*de*, *fig.* 10). Parfois, les cloisons tangentielles sont précédées de parois anticlines, à direction verticale (*fig.* 11 à d.) ou à direction horizontale (*fig.* 11 et 13 à g.). Dans les cellules intérieures qui apparaissent à la suite de ces premières divisions, s'établissent des parois verticales, rectangulaires l'une à l'autre, donnant naissance à une assise sous-épidermique peu étendue (*fig.* 13 à 19). Il est difficile de déterminer la part que prend cette assise à la construction de la partie cotylée, les limites de séparation des deux étages *l* et *l'* devenant bientôt indistinctes.

Il paraît évident que ce sont surtout les éléments fournis par l'étage *l'* qui contribuent à l'édification des cotylédons. En 5 cet étage subterminal, comme l'étage supérieur *l*, comprend quatre cellules circumaxiales; celles-ci, se segmentant verticalement, donnent une assise (*fig.* 6 à 14) qui, plus tard (*fig.* 15 à 19), subit des divisions transversales, accom-

([1]) R. Souèges, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 768.

([2]) R. Souèges, *Comptes rendus*, 168, 1919, p. 791; *Bull. Soc. bot. Fr.*, 66, 1919, p. 179.

pagnées semblent-il d'une plus grande multiplication de ses éléments dans les régions périphériques génératrices des protubérances cotylédonaires (*fig.* 19, 20, 21). La disparition de toutes limites bien tranchées entre les étages *l*, *l'* et *m*, au moment de la naissance de ces protubérances, ne permet pas de reconnaître avec précision l'origine et l'agencement des éléments cellulaires qui entrent dans la construction des cotylédons.

L'étage *m* est également constitué de quatre cellules circumaxiales dans le proembryon à 16 cellules (*fig.* 5). Elle produisent de même, par segmentations verticales, une

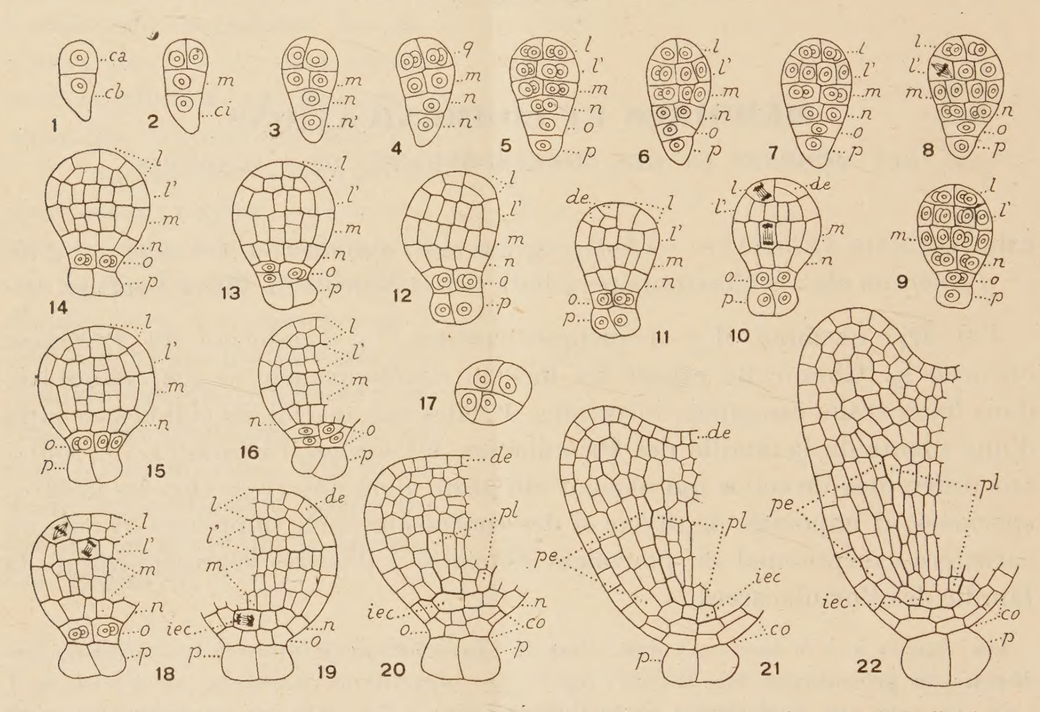


Fig. 1 à 22. — *Claytonia perfoliata* Donn. — Les principaux termes du développement de l'embryon. *ca* et *cb*, cellule apicale et cellule basale du proembryon bicellulaire; *m*, cellule-fille supérieure de *cb* ou partie hypocotylée; *ci*, cellule-fille inférieure de *cb*; *n* et *n'*, cellules-filles de *ci*; *q*, quadrants; *l* et *l'*, octants supérieurs et octants inférieurs résultant de la segmentation transversale des quadrants; *o*, cellule-fille supérieure de *n'* ou portion médiane de la coiffe; *p*, cellule-fille inférieure de *n'* ou suspenseur; *de*, dermatogène; *pe*, périblème; *pl*, plérome; *iec*, initiales de l'écorce de la racine; *co*, coiffe. G. = 170.

assise (*fig.* 8 à 12) dont les éléments, ceux qui sont adjacents à l'axe d'abord (*fig.* 8, 13 à 18), ceux qui sont voisins de la périphérie ensuite, se cloisonnent transversalement pour engendrer deux, puis un plus grand nombre de couches cellulaires (*fig.* 19, 20). Après ces segmentations, le dermatogène en premier lieu, le périblème et le plérome en second lieu, paraissent nettement individualisés dans cette région, qui correspond à la partie hypocotylée.

L'étage *m* ne possède que deux cellules dans le proembryon hexadécacellulaire (*fig.* 5). Ces deux éléments produisent quatre cellules circumaxiales (*fig.* 8, 9), qui, par segmentations verticales, engendrent un plateau cellulaire de huit à douze éléments dont quatre généralement sont visibles dans les coupes longitudinales (*fig.* 10, 11, 14). Les éléments les plus intérieurs, voisins de l'axe, fonctionnent comme initiales de l'écorce de la racine, les éléments périphériques contribuent à la formation des parties latérales de la coiffe (*fig.* 19, 20).

L'étage *o*, monocellulaire en 5, donne la partie médiane de la coiffe. Il produit d'abord deux (*fig.* 9), puis quatre cellules circumaxiales (*fig.* 11, 12) qui peuvent, dès maintenant, se cloisonner tangentiellement pour engendrer, vers le haut, l'assise calyptrogène, vers le bas, la couche la plus extérieure de la coiffe, mais qui, généralement, subissent de nouvelles divisions longitudinales (*fig.* 15, 19), avant de se cloisonner tangentiellement (*fig.* 20).

L'étage *p*, également monocellulaire en 5, se segmente assez tardivement (*fig.* 10); il prend les cloisons plus ou moins inclinées à direction verticale et se convertit en quatre vésicules haustoriales représentant le suspenseur. En 17 on peut voir la disposition de ces quatre vésicules en coupe transversale.

Le *Claytonia perfoliata* représente un type embryonomique qui ne peut être identifié à aucun autre. Il est un exemple fort net de *type par superposition* ([3]) : il se développe d'abord, au cours de la construction du proembryon hexadécacellulaire, selon les lois qui caractérisent l'archétype du *Polygonum Persicaria*, auxquelles viennent ensuite se substituer les lois qui servent à définir l'archétype du *Senecio vulgaris* ([4]), puisque, comme dans ce dernier archétype, *l* et *l'*, originaires des quadrants (*q*, *fig.* 4), engendrent la partie cotylée, *m* la partie hypocotylée, *n*, les initiales de l'écorce de la racine, *o*, la partie médiane de la coiffe et *p*, le suspenseur. Ce type par superposition prend, dans la première période de la classification embryogénique, une position intermédiaire entre celles des deux archétypes du *Polygonum* et du *Senecio*, voisins d'ailleurs l'un de l'autre dans cette même période. Il s'écarte profondément du type du *Portulaca oleracea*, qui se range dans la deuxième grande division du système périodique.

PHYSIOLOGIE. — *Sur les réactions vasculaires d'adaptation au cours de l'hémorragie expérimentale.* Note de MM. **Léon Binet** et **M. Burstein**.

Parmi les réactions qu'entraîne une soustraction sanguine, la constriction des vaisseaux périphériques n'est pas la moins importante. Sous l'influence de l'hémorragie les artérioles se contractent et contribuent ainsi à maintenir une tension artérielle qui tendrait à s'effondrer. La constriction vasculaire au niveau d'un organe réservoir, comme la rate, détermine la mobilisation des globules rouges et réalise ainsi en quelque sorte une auto-transfusion.

En utilisant la technique de perfusion avec du sang circulant, décrite antérieurement ([1]), nous avons enregistré le tonus vasculaire de la patte chez le Chien au cours de l'hémorragie expérimentale. Le but de notre travail était de préciser le mécanisme de la vasoconstriction post-hémorra-

---

([3]) R. Souèges, *Embryogénie et classification*, 2e fasc., Paris, 1939.

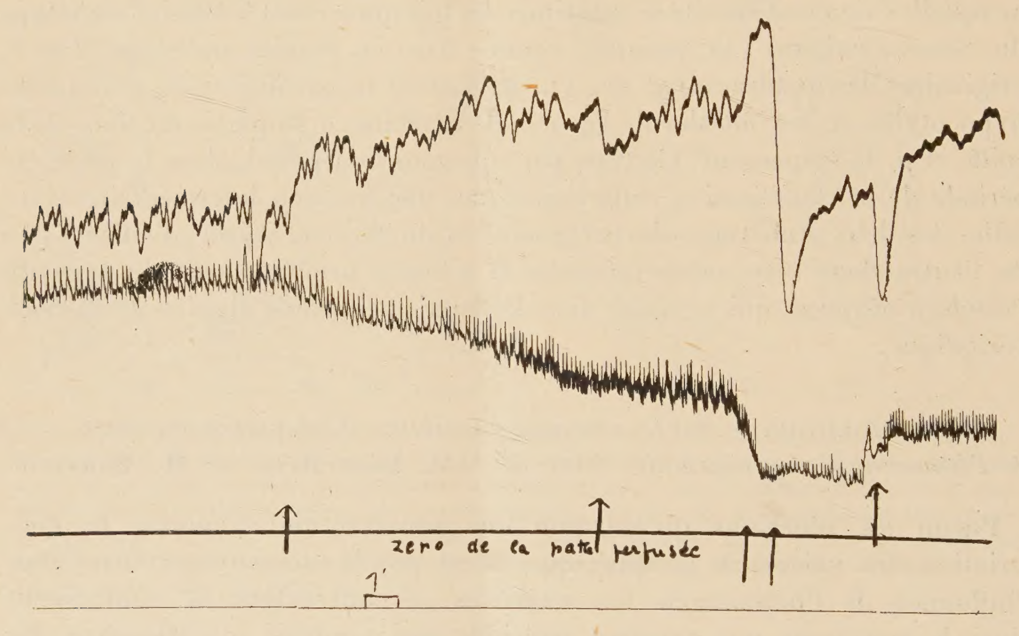
([4]) R. Souèges, *Comptes rendus*, 171, 1920, pp. 254 et 356.

([1]) *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 197.

gique et de voir si, dans les cas où cette réaction d'adaptation manquait, un traitement approprié ne la ferait pas apparaître.

Nous avons pratiqué chez des chiens de 10-12^{kg} des saignées répétées de 50 à 100$^{cm^3}$, ou une seule hémorragie massive, en créant ainsi un état de collapsus circulatoire plus ou moins marqué. Nous avons enregistré le tonus vasculaire, soit au niveau d'une patte dont l'innervation était intacte, soit au niveau d'une patte énervée, reliée au reste de l'organisme uniquement par voie humorale. L'énervation était réalisée par section du sciatique, du crural, de l'obturateur et par ablation de la chaîne sympathique lombaire.

Il résulte de nos expériences que même une hémorragie de faible volume détermine une vasoconstriction périphérique intense, qui s'exprime par un resserrement marqué des vaisseaux du membre perfusé (voir la figure). La



Chien de 11^{kg},500. En bas : pression artérielle du corps (carotide). En haut : pression artérielle de la patte perfusée (débit : 37$^{cm^3}$ par minute). Entre les deux premières flèches : hémorragie de 250$^{cm^3}$, hypotension artérielle et vasoconstriction au niveau de la patte. Entre les 3e et 4e flèches, une nouvelle hémorragie de 75$^{cm^3}$: nouvelle baisse de la tension artérielle avec cette fois vasodilatation de la patte. A la 5e flèche, injection intraveineuse de 50$^{cm^3}$ de sang : vasoconstriction de la patte.

pression peut augmenter de 8^{cm} de Hg. Cette réaction est immédiate et elle est d'autant plus marquée que les réactions d'adaptation de l'animal sont plus parfaites. Autrement dit, elle est faible chez les animaux qui répondent par une hypotension marquée à une spoliation sanguine d'intensité moyenne et elle est, par contre, extrêmement nette dans les cas où, malgré l'importance de la saignée, l'animal maintient une pression artérielle élevée.

Quel est le mécanisme de cette vasoconstriction périphérique, qui a été bien démontrée par Pilcher et Sollmann ? D'après nos expériences il semble être double. Il est conditionné d'une part, par une augmentation du tonus des centres vasomoteurs, c'est-à-dire par une commande nerveuse, et d'autre part, par une élévation de l'adrénalinémie, c'est-à-dire par un mécanisme humoral. Nous avons constaté en effet l'existence d'une vasoconstriction post-hémorragique au niveau de la patte préalablement énervée et reliée à l'organisme uniquement par voie sanguine. Le premier de ces mécanismes prédomine de beaucoup (²).

Il est important de noter que, dans les cas où l'hémorragie est réalisée d'une manière trop massive ou trop brusque, la patte réagit peu ou ne réagit pas du tout. Dans de tels cas il suffit de corriger partiellement le déséquilibre circulatoire en rétablissant, dans une certaine mesure, la masse sanguine par injection d'un liquide approprié; cette injection fait apparaître une vasoconstriction au niveau de la patte, ainsi que le relèvement de la pression artérielle. Il semble ainsi que, dans de tels cas, la thérapeutique agit en créant les conditions nécessaires pour que les réactions d'adaptation circulatoire puissent entrer en jeu.

En résumé, nos expériences de perfusion confirment l'existence d'une vasoconstriction périphérique intense au cours des hémorragies même de faible importance. Cette vasoconstriction permet à l'animal de maintenir une pression artérielle élevée malgré la diminution de la masse sanguine.

Cette vasoconstriction peut manquer après une hémorragie trop massive ou trop brusque; dans de tels cas, il suffit de rétablir partiellement la masse sanguine pour que les réactions vasculaires d'adaptation puissent intervenir.

MICROBIOLOGIE. — *De l'influence de la chaleur sur les propriétés antagonistes des filtrats de* B. subtilis *à l'égard des bactéries pathogènes et des toxines microbiennes.* Note de MM. **Gaston Ramon** et **Rémy Richou**.

Dans des recherches qui ont fait l'objet de Notes antérieures (¹) nous avons étudié les propriétés *antagonistes* que peuvent exercer certains microbes ou les produits qu'ils excrètent dans le milieu de culture, sur divers germes pathogènes et sur différents poisons bactériens. Nous avons

(²) Notons que les vaisseaux de la patte énervée sont particulièrement sensibles à l'adrénaline. L'injection de 2 γ d'adrénaline, par voie endoveineuse, à un chien de 10^{kg} est sans effet sur la pression carotidienne, mais détermine un resserrement important des vaisseaux de la patte.

(¹) *Comptes rendus*, 220, 1945, pp. 543 et 801. Voir aussi notre exposé d'ensemble, *La Presse médicale*, n° 30, 1945, p. 4605, où l'on trouvera un résumé bibliographique de la question.

constaté, par exemple, qu'il suffit d'une faible proportion de filtrat de *B. subtilis* ajoutée à du bouillon nutritif pour empêcher la multiplication de germes comme le B. diphtérique, la bactéridie charbonneuse, le B. pesteux etc., qu'on y a semés et pour les priver de vie et finalement les faire disparaître par un phénomène de lyse. Nous avons constaté, en outre, que les filtrats de *B. subtilis*, préparés comme nous l'avons indiqué, sont capables d'altérer et même d'annihiler totalement la toxicité dont font preuve, *in vivo* (pouvoir léthal, pouvoir nécrotique) comme *in vitro* (pouvoir hémolytique), des toxines telles que la toxine diphtérique, la toxine staphylococcique, la toxine tétanique etc.

Nous avons entrepris de nouvelles recherches dans le but d'élucider la nature et le mode d'action du ou des principes auxquels les filtrats de *B. subtilis* doivent leur activité, nous proposant également de tirer parti des résultats obtenus en vue d'applications pratiques éventuelles.

Dans une première série d'expériences, nous avons examiné l'influence du chauffage, à différentes températures, des filtrats de *B. subtilis* sur leurs propriétés antagonistes à l'égard, d'une part, de microbes pathogènes, la bactéridie charbonneuse et le B. diphtérique en particulier et, d'autre part, de toxines, spécialement les toxines diphtérique et staphylococcique.

Nous nous sommes servis de filtrats obtenus, suivant le procédé que nous avons fait connaître dernièrement ([2]), à partir de cultures de *B. subtilis* effectuées sur milieux de composition chimique définie (milieu de Sauton etc.). Signalons à titre d'indication que le pouvoir gélatinolytique de nos filtrats est en général compris entre 1000 et 3000 unités gélatinolytiques.

Le filtrat choisi est réparti en tubes à essai, sous la volume de 15^{cm^3}. Ces tubes sont chauffés (au bain-marie ou à l'autoclave) respectivement à 55, 60, 70, 90, 110 et à 125° pendant une 1/2 heure.

Le pouvoir gélatinolytique de chacun des échantillons de filtrat, non chauffé ou chauffé aux diverses températures est évalué selon notre technique habituelle ([3]). Les résultats enregistrés dans ces expériences ont été les suivants :

	Filtrat non chauffé.	Filtrat chauffé 30 minutes à					
		55°.	60°.	70°.	90°.	112°.	125°.
Titres en unités gélatinolytiques..	1500	1000	10	0	0	0	0

Ces titres correspondent, comme d'ordinaire, à l'action du filtrat sur la gélatine durant 4 heures à 45°. D'ailleurs, après 8 heures, les titres demeurent pratiquement inchangés.

Pour apprécier *le pouvoir antagoniste à l'égard de la bactéridie char-*

([2]) *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 165.
([3]) *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 545.

bonneuse, nous avons employé la méthode que nous avons établie ([4]) et que nous rappellerons brièvement : dans des tubes renfermant 4^{cm^3} de bouillon de culture, on ajoute des volumes variables de filtrat, puis 2 gouttes d'une culture de 24 heures (en bouillon) de bactéridies virulentes. On note, après 24 et 48 heures de séjour des mélanges à l'étuve à 36°, la présence ou l'absence de végétation. Nous avons résumé dans le tableau ci-dessous les résultats de l'une de nos expériences.

		Filtrat non chauffé.	Filtrat chauffé 30 minutes à				
			55°.	70°.	90°.	112°.	125°.
2 cm³. Végétation après	24 heures......	—	—	—	—	—	—
	48 »	—	—	—	—	—	—
1 » »	24 heures......	—	—	—	—	—	—
	48 »	—	—	—	—	—	—
1/2 » »	24 heures......	—	—	—?	—	—?	—
	48 »	+	+	+	+	+	+?
1/4 » »	24 heures......	+	+	+	+	+	+?
	48 »	+	+	+	+	+	+
Tube de bouillon témoin sans filtrat	24 heures......	+					
	48 »	+					

Cette expérience, répétée nombre de fois, avec des filtrats de *B. subtilis* d'origine diverse, a toujours abouti à des résultats identiques ([4]). Avec le bacille diphtérique les résultats sont sensiblement différents et dans l'ensemble moins réguliers. Cette différence s'explique par les différences dans la constitution et le mode de végétation de ces deux germes microbiens.

Pour étudier l'*influence du chauffage sur la propriété que possèdent nos filtrats de* B. subtilis *de dégrader et de détruire la toxicité du poison diphtérique* par exemple, nous avons préparé des mélanges renfermant 1 partie de toxine diphtérique et 9 parties de chacun des échantillons de filtrat non chauffé ou chauffé à des degrés variés; 1^{cm^3} du mélange représente, au départ, 120 doses mortelles (pour le cobaye) de poison diphtérique ([5]). Les mélanges sont portés ensuite à l'étuve à 37°. Des prélèvements sont effectués à des temps variables, les épreuves sont faites chez le cobaye. Le tableau ci-après résume les conditions et les résultats de l'une de nos expériences :

([4]) Il faut noter, dès maintenant, que l'action des filtrats non chauffés ou chauffés sur la végétation de la bactéridie s'accompagne de modifications morphologiques de celle-ci, que nous avons examinées avec le concours de A. Delaunay et que, avec lui, nous ferons connaître ultérieurement.

([5]) *Comptes rendus,* **220**, 1945, p. 801.

Mélange.	Nombre de doses mortelles de toxine diphtérique par cm³ du mélange avant le séjour à l'étuve.	après 48 heures.	après 5 jours.	après 10 jours.
Non chauffé	120	0	0	0
Chauffé 30 min à 55°	120	0	0	0
» 60°	120	1	0	0
» 70°	120	3	0	0
» 112°	120	8	±1	0
» 125°	120	6	±1	0
Témoin (toxine diphtérique diluée dans le milieu Sauton)	120	120	120	120

Des résultats de même ordre sont obtenus lorsque l'on fait agir les échantillons de filtrat sur la toxine staphylococcique. Dans ce cas c'est, rappelons-le, le pouvoir hémolytique qui sert de test d'épreuve.

De l'ensemble des expériences que nous venons d'exposer et d'autres analogues, il ressort que le pouvoir gélatinolytique que présentent les filtrats du *B. subtilis*, du fait de leur contenu en une diastase spéciale, la gélatinase, est complètement aboli lorsque ces filtrats ont été chauffés au préalable à 70°.

Par contre le pouvoir antagoniste de ces filtrats à l'égard de certains microbes pathogènes, comme la bactéridie charbonneuse, ne paraît guère atteint dans les conditions de nos essais même après un chauffage à 125°. pendant une 1/2 heure.

En ce qui concerne la propriété qu'offre ces mêmes filtrats de contrarier les effets de poisons microbiens tels que la toxine diphtérique, propriété que nous proposons de dénommer *antidotique* (6), on constate qu'elle diminue d'intensité lorsque les filtrats sont chauffés à des températures supérieures à 70°; cependant, si elle est réduite, elle n'a pas encore complètement disparu, même lorsque ceux-ci ont été portés à 125°, et il suffit de prolonger le séjour à l'étuve (37°) du mélange toxine + filtrat chauffé à 125° pour que, finalement, la toxicité de la dose de poison diphtérique entrant dans la constitution du mélange soit totalement annihilée (7).

Mentionnons ici, à titre de comparaison, que le pouvoir antagoniste

(6) Il n'est guère possible d'utiliser ici le qualificatif *antitoxique* car, consacré par un usage d'un demi-siècle, il s'applique presque exclusivement, en microbiologie, à la propriété des *antitoxines* de *neutraliser* les toxines correspondantes. Le néologisme *antidotique* se justifie dans le cas présent du fait que le terme *antidote* désigne une substance capable d'annihiler la nocivité des poisons soit en les *décomposant*, soit en se combinant avec eux.

(7) Signalons que le formol, à raison de $0^{cm^3},05$ pour 100^{cm^3} de filtrat, n'altère pas sensiblement, lui non plus, les propriétés antagonistes.

des solutions de *pénicilline* vis-à-vis de la bactéridie charbonneuse par exemple, déjà fortement ébranlé par leur chauffage à 70°, est détruit à 90°. D'un autre côté on sait, et nous l'avons nous-mêmes montré, que la pénicilline n'entraîne aucune altération des toxines microbiennes (*C. R. Soc. Biol.*, séance du 24 juin 1945).

Les résultats de nos expériences ayant trait à l'influence de la chaleur sur les propriétés antagonistes des filtrats et tout spécialement sur leurs propriétés antidotiques à l'égard des poisons bactériens, suggèrent quelques réflexions.

En premier lieu, il faut remarquer que les principes antagonistes de nos filtrats ne s'identifient pas avec le ferment gélatinolytique, puisque celui-ci est thermolabile, alors que les premiers sont thermostabiles, ce qui n'exclut pas d'ailleurs que, comme nous l'avons laissé supposer antérieurement, les propriétés, gélatinolytiques d'une part et antibactériennes d'autre part, puissent se développer suivant des courbes plus ou moins superposables au cours de la végétation du *B. subtilis* dans le milieu de culture.

Déjà, lorsque nous avons rendu compte de nos premiers essais en ce domaine, nous avons mis en évidence la puissance de l'action modificatrice et destructive que sont capables d'exercer, sur les poisons microbiens, de simples filtrats de cultures de germes saprophytes, tels que ceux que nous préparons à partir de semences sélectionnées de *B. subtilis*. Aujourd'hui nous attirons l'attention sur la résistance tout à fait remarquable des propriétés antibactériennes et antidotiques de nos filtrats à la chaleur. Sans doute une telle résistance semble-t-elle, de prime abord, aller à l'encontre de l'hypothèse que nous avons précédemment émise, à savoir que ces propriétés revêtent, dans leurs manifestations, un caractère diastasique. Mais n'a-t-on pas signalé à différentes reprises la thermostabilité relativement grande de certaines diastases microbiennes ? Des investigations en cours nous permettront d'apporter, sous peu, une nouvelle contribution à l'éclaircissement de cette question ([8]). Contentons-nous, pour l'instant, d'enregistrer les faits de thermorésistance des propriétés antibactériennes et antidotiques des filtrats de *B. subtilis*, tout en marquant leur intérêt théorique et pratique.

([8]) Voir par exemple Oppenheimer, *Die Fermente*, 1926, p. 1137. Voir aussi A. I. Virtanen et J. Tornanen, *Hoppe-Seyler's Zeits. f. Phys. Chemie*, 204, 1932, p. 247. Ces auteurs ont montré que la protéinase du *B. fluorescens liquéfaciens* conserve une activité, réduite sans doute, mais encore appréciable, après un chauffage à 110° et même à 120°.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Wilhelm Reich. *The Discovery of the Orgone*. Volume I. *The function of the Orgasm. Sex-economic problems of biological energy*.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur certains axiomes de la théorie des structures*. Note [1] de M. **Maurice-Paul Schützenberger**, présentée par M. Gaston Julia.

Nous indiquerons dans cette Note un certain nombre de résultats relatifs aux *ois universelles* en théorie des treillis (structures, lattices), c'est-à-dire aux lois définies par une ou plusieurs égalités pour toutes valeurs des variables entre deux polynomes en $\cap$ et $\cup$ (que nous remplaçons par . et $+$). A chaque loi $\mathfrak{U}_z$ correspond pour toute valeur de K une structure $\boldsymbol{\mathfrak{U}}(K)$ homomorphe, au moyen des relations d'équivalence fournies par $\mathfrak{U}_z$ au treillis *libre* $\boldsymbol{\mathfrak{U}}_\infty(K)$ (cf. Whitmann, *Ann. of Mathematics*, 1941 et 1942) engendré par K générateurs (treillis de rang K). Réciproquement, à tout treillis fini $\mathfrak{u}_z$ il est possible d'attacher une loi $\mathfrak{U}_z$ unique, plus forte que toutes les autres lois compatibles avec $\mathfrak{u}_z$ et telle que $\boldsymbol{\mathfrak{U}}(K)$ soit finie pour toute valeur finie de K.

1° La loi distributive $\mathfrak{U}_0 \rightleftharpoons a(b+c) = ab + ac$ est *la plus forte* de toutes les lois universelles non dégénérées. En effet toute loi $\mathfrak{U}_z$ qui n'est pas plus faible que la loi $\mathfrak{U}_0$ entraîne l'égalité de tous les éléments de $\boldsymbol{\mathfrak{U}}_z(K)$. L'on pourrait se servir de ceci pour démontrer que, si un polynome de treillis libre $\boldsymbol{\mathfrak{U}}_\infty(K)$ a pour valeur $\boldsymbol{\mathfrak{U}}_0(K)$ un monome, il a effectivement cette valeur dans $\boldsymbol{\mathfrak{U}}_\infty(K)$.

2° Il existe deux et seulement deux lois $\mathfrak{U}_1$ et $\mathfrak{U}_2$ *immédiatement* plus faibles que $\mathfrak{U}_0$:
$\mathfrak{U}_1$ est définie par

$$a_1[a_2+a_3(a_4+a_5)] = a_1[a_1a_2+a_3a_4] + a_1[a_2+a_1a_3a_4] + a_1[a_1a_2+a_3a_5] + a_1[a_2+a_1a_3a_5] + a_1a_3[a_1a_3a_4+a_5] + a_1a_3[a_4+a_1a_3a_5],$$

son *sous-treillis typique* est réalisé par les 5 éléments

$$\Omega = a_1a_3, \qquad x = a_3, \qquad y = a_1a_2 + a_1a_3, \qquad z = a_1(a_3 + a_1a_2), \qquad \mho = a_3 + a_1a_2$$

entraînant

$$xz = \Omega \subset y \subset z \subset \mho = x + y, \qquad \Omega \subset x \subset \mho$$

dans $\boldsymbol{\mathfrak{U}}_\infty(3)$, la loi $\mathfrak{U}_2$

$$a(b+ac) = ab + ac$$

---

[1] Séance du 23 juillet 1945.

et

$$a_1[a_2 + a_3(a_4 + a_5)] = a_1(a_2 + a_3 a_4) + a_1(a_2 + a_3 a_5) + a_1 a_3(a_4 + a_5) + a_1 a_4(a_3 + a_2 a_5) + a_1 a_5(a_3 + a_2 a_4)$$

est satisfaite par les éléments du treillis de Dedekind $\mathfrak{U}_d(3)$. Ces deux lois donnent des treillis $\mathfrak{U}_1(K)$ et $\mathfrak{U}_2(K)$ finis si leur rang K est fini.

Il n'en est pas de même en ce qui concerne $\mathfrak{U}_d(K)$, déduite de la loi de Dedekind $\mathcal{U}_d$

$$a_1[a_2 + a_1 a_3] = a_1 a_2 + a_1 a_3,$$

qui pour $K \geqq 4$ est non seulement infini, mais a ses chaînes infinies comme, l'on peut l'établir facilement en considérant les expressions

$$z_{i+1} = [(z_i + a_1)a_2 + a_3]a_4, \quad z_{i+1} \supset z_i, \quad z_{i+1} \neq z$$

(par réalisation convenable dans un espace projectif).

Signalons ici que toute loi strictement plus faible que $\mathcal{U}_d$, par exemple

$$\mathcal{U}_l : \quad a_1 a_2 + a_1 a_3 = a_1(a_2 + a_1 a_3)(a_3 + a_1 a_2),$$

est nécessairement plus faible que $\mathcal{U}_1$ et que toute loi plus forte que $\mathcal{U}_d$ et différente de $\mathcal{U}_0$ est $\mathcal{U}_2$ ou plus faible que $\mathcal{U}_2$.

3° Parmi les lois *comprises* entre $\mathcal{U}_d$ et $\mathcal{U}_2$ signalons les deux lois intéressantes $\mathcal{U}_l$ et $\mathcal{U}_L$, obtenues en adjoignant à $\mathcal{U}_d$ les égalités $\mathcal{U}'_l$ et $\mathcal{U}'_L$; posons

$$M_{12} = M_{21} = M_{34} = a_1 a_2 + a_3 a_4; \qquad F_{12} = F_{21} = a_1 a_2 + M_{13} M_{14}.$$

$$\mathcal{U}'_l \rightleftharpoons F_{12}F_{23} + F_{23}F_{31} + F_{31}F_{12} = F_{12}F_{23}F_{31} = A_4$$

$$a_2 a_3 + a_5 a_6 = B'_1, \qquad B'_1 + B'_2 B'_3 = B_1;$$

$$a_3 a_1 + a_6 a_4 = B'_2, \qquad B'_2 + B'_3 B'_1 = B_2;$$

$$a_1 a_2 + a_4 a_5 = B'_3, \qquad B'_3 + B'_1 B'_2 = B_3;$$

par exemple

$$\mathcal{U}'_L \rightleftharpoons \alpha = a_1 a_4 + a_2 a_5 + a_3 a_6 = (a_2 B_2 + a_3 B_3)(a_5 B_2 + a_6 B_3) + \alpha;$$

$\mathcal{U}_L$ assure dans tous les cas et $\mathcal{U}_l$ dans les cas de $K = 4$ (cas de Möbius) la validité du théorème de Desargues. L'on peut montrer (Veblen) que $\mathcal{U}_l$ est plus fort que $\mathcal{U}_d$, mais nous n'avons par pu trouver d'exemple effectif de treillis satisfaisant à $\mathcal{U}_l$ sans satisfaire à $\mathcal{U}_L$.

Les lois $\mathcal{U}_{m(p)}$, exprimant que les géométries projectives que l'on peut déduire des treillis $\mathfrak{U}_{m(p)}(K)$ ont pour corps de coefficient un corps modulo p, s'obtiennent en remarquant que les 4 expressions A_i se comportent entre elles comme 4 points d'un plan quand $\mathcal{U}_l$ est satisfaite. Pour les premières valeurs de p nous avons trouvé des expressions plus simples ; citons

$$M_{12}M_{13} + M_{13}M_{14} + M_{14}M_{12} = M_{12}M_{13}M_{14} \qquad (\rightarrow \text{modulo } 2),$$

$$a_1 F_{23} = a_1 F_{34} = a_1 F_{42} \qquad (\rightarrow \text{modulo } 3);$$

ces relations sont des identités dans les groupes abeliens principaux d'ordre p^{α}.

Il existe aussi un ensemble de lois $\mathcal{U}_{H(h)} = \mathcal{U}_d$ et $\mathcal{U}'_{H(h)}$, que l'on eut utiliser

pour limiter le nombre de dimensions des espaces projectifs. On peut leur donner, par exemple, la forme simple ($d = h - 2$)

$$\mathfrak{U}'_{\mathrm{H}(h)} \rightleftharpoons a_0 \left[\sum_{i=1}^{i=h+1} a_i \right] = \sum_{i=1}^{i=h+1} a_0 \sum_{\substack{\mathrm{J}=1 \\ \mathrm{J} \neq i}}^{\mathrm{J}=h+1} a_{\mathrm{J}}.$$

Remarquons que les points et les droites du complexe linéaire satisfont à $\mathfrak{U}_{\mathrm{H}(2)}$.

Toute loi plus forte que $\mathfrak{U}_l$ est nécessairement plus forte qu'une loi $\mathfrak{U}_m$ ou $\mathfrak{U}_{\mathrm{H}}$.

ALGÈBRE. — *Sur l'équation irréductible* $z^n + a_1 z^{n-1} + \ldots + a_n = 0$, $n > 1$, *à coefficients complexes entiers, dont toutes les racines sont sur une droite. Les* 11 *classes de droites admissibles* ([1]). Note ([2]) de M. **Théodore Motzkin**, présentée par M. Jacques Hadamard.

Soit Δ la droite en question. Soient a, b, c et d des entiers réels, c étant premier avec d. Nous trouverons qu'il est toujours possible de mettre Δ sous la forme

$$(\Delta) \qquad Z = \frac{1}{2}(a + bi) + (c + di)^2 u,$$

u étant un paramètre parcourant toutes les valeurs réelles. Nous allons démontrer aux nos 1° à 5° que la droite Δ doit appartenir à l'une des 11 classes suivantes :

		sont pairs.	$c^2 + d^2$.	n.
1	a, b	d, $d:2$	carré	quelconque
2	a, b	d, $d:2+1$	»	»
3	$a+1$, $b+1$	d, $d:2$	»	pair
4	a, b	cd	pas carré	»
5	a, b	$cd+1$	»	»
6	$ab+1$	c	»	»
7	$ab+1$	d	»	divisible par 4
8	$a+b+1$, $a+(c+1):2$	d, $d:2$	»	pair
9	$a+b+1$, $a+(c-1):2$	d, $d:2$	»	»
10	$a+b+1$, $a+(c+1):2$	d, $d:2+1$	»	divisible par 4
11	$a+b+1$, $a+(c-1):2$	d, $d:2+1$	»	»

Pour chaque droite Δ le tableau indique les valeurs de n pour lesquelles il existe des équations de degré n du type donné dont les racines sont situées sur cette droite. Pour deux droites de la même classe, il y a une similitude qui fait correspondre à chaque racine z de tout degré n sur l'une des droites une

---

([1]) Quand à la littérature, ce genre de questions semble être neuf.

([2]) Séance du 30 juillet 1945.

racine z' du même degré sur l'autre, tandis qu'une telle correspondance n'existe pas pour deux droites appartenant à des classes différentes. Ceci complète la justification de notre classification (sans cela, on pourrait réunir les classes 1 et 2, par exemple, en une seule classe). Ici toutefois nous supprimons la preuve de ces faits, et nous nous bornons à donner la démonstration annoncée.

1° Le centre de gravité $\zeta = \xi + \eta i$ des racines $z_1, \ldots, z_n$ de l'équation considérée est rationnel et se trouve sur la droite Δ, que l'on peut représenter par $z = \zeta + gu$, u réel, où $g \neq 0$ est défini à un facteur réel près. Les valeurs $t_\nu = z_\nu - \zeta = gu_\nu$ seront les racines d'une équation irréductible à coefficients rationnels $b_1, \ldots, b_n$ en $t = z - \zeta$.

2° Le nombre b_m, étant une fonction homogène des gu, de degré m, est égal à g^m multiplié par un nombre réel. Il s'ensuit que, si $b_m \neq 0$, g^m sera le produit d'un nombre rationnel par un nombre réel. Il en est de même pour g^M, où M est le p. g. c. d. des m pour lesquels $b_m \neq 0$.

3° L'équation en t étant une équation en t^M, les points z_ν se répartissent, M à M, d'une façon symétrique sur des cercles autour de ζ. Par conséquent $M \leqq 2$, tous les Z_ν étant sur une droite Δ.

4° Si $M = 1$, g est le produit d'un nombre rationnel par un nombre réel, qui peut être choisi de manière que $g = e + fi$, avec e et f entiers et premiers entre eux. Les points $z = x + yi$ de Δ satisfont alors à une équation $fx - ey = f\xi - e\eta = k : h$, k et h étant premiers entre eux et $h > 0$. Si $x + yi$ est un entier algébrique, il en est de même de $x - yi$, $2x$, $2y$ et $2k : h$, d'où $h \leqq 2$. Si ef était impair et $h = 2$, les nombres

$$v = x + y + \frac{1}{2} \qquad \text{et} \qquad 2v^2 - 2(x + yi)(x - yi) - 2x - 2y = \frac{1}{2}$$

seraient des entiers algébriques, ce qui n'est pas. Donc, ou bien $h = 1$ et ef est pair (cas 1) ou impair (cas 2), ou $h = 2$ et ef est pair (cas 3). Posant $(e + fi)^2 = c + di$, on vérifie aisément l'exactitude des conditions du tableau.

5° Si $M = 2$, g^2 sera le produit d'un nombre rationnel par un nombre réel; nous pouvons choisir $g = (c + di)^{1/2}$, où c et d sont des entiers premiers entre eux. Ici n est pair et les z_ν sont symétriques par rapport à ζ. La somme 2ζ de deux points symétriques est entière, donc on peut écrire $\zeta = 1/2\,(a + bi)$. Les produits $\zeta^2 - t_\nu^2 = z_\nu(2\zeta - z_\nu)$ sont des entiers algébriques situés sur une droite Δ' représentée par $z = \zeta^2 + (c + di)u$ et satisfont à une équation irréductible à coefficients complexes entiers $c_1, \ldots, c_{n:2}$. Pour $n : 2 > 1$, Δ' sera donc une droite de classe 1 à 3. Pour $n = 2$, Δ' joint ζ^2 à un nombre entier et appartient aux classes 1 ou 2. La droite Δ elle-même appartient, pour g rationnel, aux classes 1 à 3; pour g irrationnel on obtient aisément les conditions du tableau dans les cas 4 à 11, correspondant respectivement à ζ^2 entier avec Δ' dans 1 ou 2, $2\zeta^2$ entier avec Δ' dans 1 ou 3, $4\zeta^2$ entier avec Δ' dans 1 (deux

classes) ou 3. (deux classes). Quant aux combinaisons manquantes avec Δ' dans 2., on aurait $d(a^2-b^2)-c(2ab)=4k$ avec cd impair ce qui entraîne la parité de a et b, d'où ζ^2 entier.

THÉORIE DES GROUPES. — *Sur les p-groupes de Sylow du groupe symétrique du degré p^m.* Note de M. **Léo Kaloujnine**, présentée par M. Jacques Hadamard.

Soit $\mathfrak{A}$ la somme directe de m champs de Galois G_p de p éléments. C'est un module de p^m éléments, qui sont des suites de la forme $(x_1, x_2, \ldots, x_m)$, $x_1, x_2, \ldots, x_m \in G_p$. Si $l \leq m$, on va noter $\mathfrak{A}(z_1, z_2, \ldots, z_l)$ l'ensemble des éléments de $\mathfrak{A}$ tels que $x_1=z_1$, $x_2=z_2$, $x_l=z_l$; c'est un ensemble de p^{m-l} éléments.

Faisons correspondre à toute suite $(x_1, x_2, \ldots, x_l)$ $[x_1, x_2, \ldots, x_l \in G_p]$, telle que $0 \leq l < m$, un élément $a(x_1, x_2, \ldots, x_l)$ de G_p. Représentons par le tableau

$$\left|\begin{array}{c} a \\ a(x_1) \\ a(x_1, x_2) \\ \ldots\ldots \\ a(x_1, x_2, \ldots, x_{m-1}) \end{array}\right|$$

ou, simplement, par $[a(x_1, x_2, \ldots, x_l)]$ la permutation

$$A=\{(x_1, x_2, \ldots, x_m)\to\big(x_1+a,\ x_2+a(x_1),\ \ldots,\ x_m+a(x_1, x_2, \ldots, x_{m-1})\big)\}.$$

Le tableau dont le seul élément non nul est

$$a(z_1, z_2, \ldots, z_l)=a \qquad (0\leq l<m)$$

représente la permutation de $\mathfrak{A}$ qui conserve tout élément en dehors de $\mathfrak{A}(z_1, z_2, \ldots, z_l)$ et qui produit une permutation cyclique

$$\mathfrak{A}(z_1, z_2, \ldots, z_l, x_{l+1})\to\mathfrak{A}(z_1, z_2, \ldots, z_l, x_{l+1}+a)$$

de p sous-ensembles $\mathfrak{A}(z_1, z_2, \ldots, z_l, x_{l+1})$, où x_{l+1} parcourt les éléments de G_p. Cette permutation sera dénommée $\langle a, z_1, z_2, \ldots, z_l\rangle$ et, visiblement, la permutation A s'obtient en faisant d'abord la permutation $\langle a\rangle$, ensuite les permutations $\langle a(x_1); x_1\rangle$ pour tous les $x_1 \in G_p$, ensuite les permutations $\langle a(x_1, x_2); x_1, x_2\rangle$ pour tous les $x_1, x_2 \in G_p$ etc., ensuite les permutations $\langle a(x_1, x_2, \ldots, x_{m-1}); x_1, x_2, \ldots, x_{m-1}\rangle$ pour tous $x_1, x_2, \ldots, x_{m-1} \in G_p$. Les permutations A de la forme précédente forment un groupe transitif P_m, car on a

$$[a(x_1, x_2, \ldots, x_l)][b(x_1, x_2, \ldots, x_l)]$$
$$=\big[a(x_1, x_2, \ldots, x_l)+b\big(x_1-a,\ x_2-a(x_1),\ \ldots,\ x_l-a(x_1, x_2, \ldots, x_{l-1})\big)\big],$$

$$[a(x_1, x_2, \ldots, x_l)]^{-1}=\big[-a\big(x_1+a,\ x_2+a(x_1),\ \ldots,\ x_l+a(x_1, x_2, \ldots, x_{l-1})\big)\big],$$

et la permutation identique est représentée par le tableau tel que, pour tout l, $0 \leq l < m$, et pour tous $x_1, x_2, \ldots, x_l \in G_p$, $a(x_1, x_2, \ldots, x_l) = 0$ [ce tableau sera noté (0)].

L'ordre de P_m est $p^{p^{m-1}+p^{m-2}+\ldots+1}$. Or, ce nombre est égal à la contribution de p dans l'ordre $(p^m)!$ du groupe symétrique S_{p^m} de degré p^m (c'est-à-dire du groupe des permutations, considéré à similitude près, d'un ensemble de p^m éléments). Comme P_m est un groupe de permutations de l'ensemble $\mathfrak{A}$ de p^m éléments, c'est un p-groupe de Sylow, autrement dit un p-sous-groupe maximal de S_{p^m}. En vertu des théorèmes de Sylow [1], tous les p-groupes de Sylow d'un groupe sont conjugués, donc isomorphes et, tout p-sous-groupe d'un groupe est un sous-groupe d'un de ses p-groupes de Sylow. Donc *tout p-groupe est isomorphe à un sous-groupe de* P_m *pour un entier m convenable* (et, s'il est $\subseteq S_{p^m}$, est semblable à un sous-groupe de P_m). La représentation par les tableaux $[a(x_1, x_2, \ldots, x_l)]$ permet une étude détaillée de P_m et de ses sous-groupes.

Cette étude est facilitée par la remarque suivante : comme les arguments $x_1, x_2, \ldots, x_l$ ne prennent qu'un nombre fini de valeurs, l'application répétée de la formule d'interpolation de Lagrange montre que toute fonction $f(x_1, x_2, \ldots, x_l)$ des $x_1, x_2, \ldots, x_l \in G_p$, dont les valeurs sont dans un corps $k \supseteq G_p$, est un polynome en $x_1, x_2, \ldots, x_l$ dans k; deux polynomes $f(x_1, x_2, \ldots, x_l)$ et $g(x_1, x_2 \ldots, x_l)$ dans k représentent une même fonction des $x_1, x_2, \ldots, x_l \in G_p$ si, et seulement si f et g sont congrus suivant l'idéal $I_k^l = (x_1^p - x_1, x_2^p - x_2, \ldots, x_l^p - x_l)$ dans l'anneau $k^{(l)} = k[x_1, x_2, \ldots, x_l]$ des polynomes en $x_1, x_2, \ldots, x_l$ dans k. Ainsi les fonctions f de la forme précédente peuvent s'identifier avec les éléments de $k^{(l)}/I^{(l)}(k)$. En particulier $a(x_1, x_2, \ldots, x_l)$ peut s'identifier avec un élément de $G_p^{(l)}/I^{(l)}(G_p)$ et, ainsi, toutes les questions concernant la structure de P_m (et, en particulier, la détermination des invariants caractéristiques de ses sous-groupes) se transforment en questions concernant les propriétés de polynomes dans G_p.

La méthode précédente peut se généraliser cemme suit : soient $\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2, \ldots, \mathfrak{G}_m$ des groupes abstraits quelconques, dont les unités soient $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_m$, soit $\mathfrak{A}$ le produit (au sens de la théorie des ensembles) $\mathfrak{G}_1 \times \mathfrak{G}_2 \times \ldots \times \mathfrak{G}_m$ de ces groupes, autrement dit, l'ensemble des suites $(\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_m)$, où pour tout $l = 1, 2, \ldots, m$, $\sigma_l \in G_l$. Faisons correspondre à toute suite $(s_1, s_2, \ldots, s_l)$, telle que $0 \leq l < m$ et que, pour tout $i = 1, 2, \ldots, l$, $s_i \in \mathfrak{G}_i$, un $a(s_1, s_2, \ldots, s_l) \in G_{l+1}$. Représentons par le tableau $[a(s_1, s_2, \ldots, s_l)]$, où $(s_1, s_2, \ldots, s_l)$ parcourt toutes les suites de la forme précédente, la permutation

$$(\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_l, \ldots, \sigma_m) \rightarrow \big(a\sigma_1, a(\sigma_1)\sigma_2, \ldots, a(\sigma_1, \ldots, \sigma_{l-1})\sigma_l, \ldots, a(\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_{m-1})\sigma_m\big)$$

de $\mathfrak{A}$. Visiblement $[a(s_1, s_2, \ldots, s_l)][b(s_1, s_2, \ldots, s_l)]$ est la permutation de $\mathfrak{A}$

(1) Voir ZASSENHAUS, *Lehrbuch der Gruppentheorie*, Leipzig, 1937.

représentée par le tableau

$$\left[a(s_1, s_2, \ldots, s_l)\, b\left(a^{-1} s_1,\, a(s_1)^{-1} s_1,\, \ldots,\, a(s_1, s_2, \ldots, s_{l-1})^{-1} s_l\right)\right],$$

$[a(s_1, s_2, \ldots, s_l)]^{-1}$ est

$$\left[a\left(as_1,\, a(s_1)s_1,\, \ldots,\, a(s_1, s_2, \ldots, s_{l-1})s_l\right)^{-1}\right]$$

et la permutation identique est représentée par le tableau $[a(s_1, s_2, \ldots, s_l)]$ tel que $a(s_1, s_2, \ldots, s_l) = \varepsilon_{l+1}$. Donc, l'ensemble des permutations de $\mathfrak{A}$ de cette forme est un groupe, qui sera noté $\mathfrak{G}_1 \circ, \mathfrak{G}_2 \circ, \ldots, \circ \mathfrak{G}_m$ et sera appelé le *produit complet* de la suite de groupes $\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2, \ldots, \mathfrak{G}_m$. Il me semble que de tels produits, où $\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2, \ldots, \mathfrak{G}_m$ sont des groupes cycliques, peuvent être utiles dans l'étude des groupes résolubles.

CALCUL EXPÉRIMENTAL. — *Calculateur d'ailes et réseaux de résistances linéaires pouvant remplacer, dans certaines questions, le bassin électrique.* Note [1] de M. **Lucien Malavard**, présentée par M. Joseph Pérès.

1. J'ai réalisé en 1944 et présenté au Congrès National de l'Aviation française en mars (1945) un nouveau modèle de calculateur d'ailes, dans lequel le bassin électrique est remplacé par un réseau de résistances linéaires [2]. Rappelons que ce réseau est formé par des résistances linéaires $\rho_{\nu n}$ réunissant deux à deux les nœuds $E_0, E_1, \ldots, E_m$; $\rho_{\nu n}$ est intercalé entre E_ν et E_n. Sa valeur (calculée ou mesurée) est celle de la résistance du bassin électrique entre les électrodes E_ν et E_n lorsque l'une d'elles (peu importe laquelle : $\rho_{\nu n} = \rho_{n\nu}$) est au potentiel 1, toutes les autres électrodes du bassin étant au potentiel zéro. Le réseau ainsi formé remplace le bassin électrique, les nœuds jouant le rôle des électrodes et les autres circuits du calculateur d'ailes n'étant pas modifiés; E_0 est au potentiel zéro, chacun des autres nœuds E_n est relié à une résistance R_n dont l'autre extrémité sera réglée au potentiel $\overline{\varphi}_n$. Les R_n et les $\overline{\varphi}_n$ qui dépendent des données de l'aile à calculer étant réglés, on mesure les inconnues φ_n (potentiels des nœuds du réseau).

2. Rappelons enfin [2] que le calculateur d'ailes ainsi conçu résoud le système linéaire

$$(1) \qquad \frac{\overline{\varphi}_\nu - \varphi_\nu}{R_\nu} = {\sum_n}' \frac{\varphi_\nu - \varphi_n}{\rho_{n\nu}} + \frac{\varphi_\nu}{\rho_{\nu 0}} \qquad (n \text{ et } \nu = 1, 2, \ldots, m;\ n \neq \nu)$$

aux inconnues $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_m$. Avec des résistances ρ réglables, il permet donc

---

[1] Séance du 30 juillet 1945.

[2] Cf. L. Malavard, *Applications aérodynamiques du Calcul expérimental analogique* (sous presse dans les *Comptes rendus du Congrès*). L'appareil est en service dans notre laboratoire et dans un bureau d'études de la Société nationale de construction aéronautique du Sud-Ouest.

de résoudre tout système

$$(2) \qquad \alpha_\nu \varphi_\nu = \Sigma'_n \alpha_{\nu n} \varphi_n + \beta_\nu,$$

pourvu que les α_ν, $\alpha_{\nu n}$ puissent être ramenés à remplir les conditions suivantes : *a.* aucun d'eux n'est négatif; *b.* le tableau $\alpha_{\nu n}$ est symétrique $\alpha_{\nu n} = \alpha_{n\nu}$; *c.* on a l'inégalité $\alpha_\nu > \Sigma'_n \alpha_{\nu n}$. L'identification donne en effet

$$(3) \qquad \frac{1}{\rho_{\nu n}} = \alpha_{\nu n}, \qquad \frac{1}{R_\nu} + \frac{1}{\rho_{\nu 0}} = \alpha_\nu - \Sigma'_n \alpha_{\nu n}, \qquad \beta_\nu = \frac{\varphi_\nu}{R_\nu}.$$

3. Voici quelques remarques complémentaires. R_ν et $\rho_{\nu 0}$ ne sont déterminés qu'en ce qui concerne la conductance totale, de sorte que l'on peut, par exemple, supprimer E_0 et les $\rho_{\nu 0}(\rho_{\nu 0} = \infty)$ en modifiant en conséquence les R_ν. On a préféré conserver E_0 pour garder des expressions des R_ν les plus simples en fonction des données de l'aile.

Il est clair d'autre part que des montages analogues permettent le calcul expérimental des formes linéaires. Si en un nœud E viennent se réunir des résistances $\rho_0, \rho_1, \ldots, \rho_m$ dont les autres extrémités sont réglées aux potentiels $0, \varphi_1, \ldots \varphi_m$, E prend le potentiel φ tel que

$$\varphi\left\{\frac{1}{\rho_0} + \frac{1}{\rho_1} + \ldots + \frac{1}{\varphi_m}\right\} = \sum_\nu \frac{\varphi_\nu}{\rho_\nu},$$

et il est aisé de combiner le montage de façon que le facteur de φ au premier membre garde une valeur simple quel que soit le réglage des ρ_i. La mesure de φ donnera donc la valeur de la forme linéaire au second membre.

4. Les considérations du n° 2 permettent d'annexer à la méthode du Calculateur d'ailes une autre méthode de calcul des répartitions de portance due à Multhopp ([3]). Le système linéaire envisagé par Multhopp [*loc. cit.*, V, formule (20)] satisfait les conditions *a*, *b* et *c*, si l'on multiplie l'équation d'indice ν par $\sin\theta_\nu$. Il en est de même des systèmes (25) et (27) de Multhopp, dont dépendent les déterminations de répartition paires ou impaires [pour la dernière équation (25) on multipliera par (1/2) $\sin\theta_\nu$ au lieu de $\sin\theta_\nu$]. Tout le travail de calcul numérique nécessité par la méthode de Multhopp peut donc être évité par l'emploi de calculateur d'aile du nouveau modèle dont les résistances $\rho_{\nu n}$ sont choisies conformément aux relations (3), d'après les valeurs des coefficients des systèmes d'équations de Multhopp.

5. Il n'est pas inutile enfin de noter la portée générale du procédé de substitution d'un montage par résistance linéaire à un bassin électrique. Ce procédé n'est pas limité au cas du problème aux limites traité par le calculateur d'ailes. Toutes les fois que les réglages et les déterminations (sur des potentiels et flux) ne concernent pas l'intérieur du bassin, mais sa frontière, et après détermination

---

([3]) *Luftfahrtforschung*, 15, 1938, p. 153-180.

théorique ou expérimentale des résistances $\rho_{\nu n}$ entre électrodes, la substitution sera possible et en général avantageuse. Cela quelle que soit la forme du bassin, qui peut être plan (à profondeur constante ou variable), ou bien à trois dimensions, ou bien imaginé dans un espace à n dimensions. Divers modèles d'application sont en cours de réalisation.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur la répartition des pressions sur une aile.* Note [1] de M. **Robert Silber**, présentée par M. Henri Villat.

Nous avons établi, dans le champ des quantités de mouvement [2], la fonction de l'écoulement autour d'une aile [3] définie à partir des fonctions

$$(1)\quad f(z)=\rho_0 V_0\left(Z+\frac{a^2}{Z}\right)-\frac{i\Gamma}{2\pi}\log Z \quad \text{avec} \quad \Gamma=4\pi a\rho_0 V_0 \sin\alpha \quad \left(\alpha \text{ argument de } \overrightarrow{\rho_0 V_0}\right),$$

$$(2)\qquad z=Z+\frac{c^2}{Z}+\sum_2^p \frac{a_i}{Z^i},$$

d'où $\rho V/\rho_0 V_0$ (construction de Trefftz) et la pression rapportée aux conditions du point de vitesse nulle ω (*fig.* 1), donnée par l'équation fondamentale

$$(3)\qquad \left(\frac{p}{p_\omega}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}+\frac{\gamma-1}{2}\left(\frac{\rho V}{\rho_\omega c_\omega}\right)^2\left(\frac{p}{p_\omega}\right)^{-\frac{2}{\gamma}}=1$$

(*fig.* 2); M_0 relatif à l'infini amont, ayant été tout d'abord porté, grâce à

$$(4)\qquad \frac{p_0}{p_\omega}=\left[1+\frac{\gamma-1}{2}\left(\frac{V_0}{c_0}\right)^2\right]^{-\frac{\gamma}{\gamma-1}}.$$

Étudions l'évolution en fonction du nombre de Sarrau du coefficient de pression

$$(5)\qquad c_p=\frac{p-p_0}{\frac{\rho_0}{2}V_0^2}=\frac{2}{\gamma}\,\frac{\left(\frac{p}{p_0}-1\right)}{\left(\frac{V_0}{c_0}\right)^2}.$$

Évoluons le long d'une ligne de courant (*fig.* 1), depuis le point ω, sur l'extrados et l'intrados du profil. ρV croît d'abord, passe par un maximum en M_1 et M_2, supérieur à $\rho_0 V_0$, et décroît ensuite. Le point figuratif sur la figure 2 évolue depuis le point de vitesse nulle jusqu'à M et revient

(1) Séance du 24 juillet 1944.

(2) *Comptes rendus*, **220**, 1944, p. 162.

(3) *Comptes rendus*, **221**, 1944, p. 86.

vers le point de vitesse nulle. Nous sommes conduit à définir ainsi trois domaines :

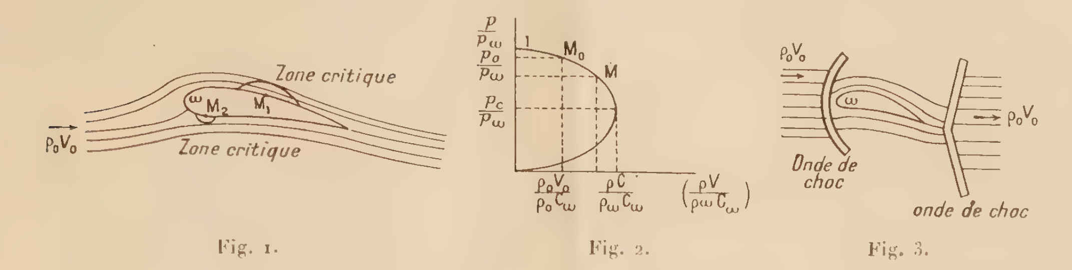


Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3.

1° *le domaine subsonique*, correspondant à des vitesses V_0 à l'infini amont, inférieures à la vitesse du son, assez faibles pour que, en aucun point du champ, la quantité de mouvement n'atteigne la valeur critique;

2° *le domaine sonique*, correspondant à des vitesses V_0, inférieures à la vitesse du son, mais telles qu'en certains points du champ, et d'abord sur l'extrados de l'aile, la quantité de mouvement atteigne la valeur critique;

3° *le domaine supersonique*.

1° Dans le domaine subsonique, l'écoulement est régi par les fonctions (1) et (2) sans aucune réserve. La pression p/p_0 s'écarte d'autant plus de sa valeur en fluide incompressible que V_0/c_0 est plus grand [figure 2 de notre précédente Note ([2])]. Il en résulte que les courbes d'évolution C_p (*fig.* 4) s'écartent d'autant plus de la courbe de Joukowsky ($V_0/c_0 = 0$) que V_0/c_0 est plus grand.

2° V_0/c_0 s'accroissant, le point M_0 se déplaçant vers la droite, le point M représentatif du point M_1 de l'extrados (*fig.* 1) atteint le point critique. A partir de ce moment la configuration devient permanente ([2]), $\rho V/\rho_\omega c_\omega$ conservant la même valeur en chaque point quel que soit V_0/c_0, c'est-à-dire que l'écoulement est régi par la fonction permanente

$$(6)\qquad f(Z) = \rho'_0 V'_0\left(Z + \frac{a^2}{Z}\right) - \frac{i\Gamma}{2\pi}\log Z, \qquad \text{sur cette ligne de courant.}$$

Mais, à l'avant du profil, le fluide subit une compression continue de $\rho_0 V_0$ à 0, de l'infini au point de vitesse nulle, jusqu'à une pression p_ω qui s'accroît avec V_0/c_0 (d'où une déformation continue des filets fluides à l'avant du profil). Il en résulte que, comme pour la tuyère, quand la différence de pression entre l'amont et l'aval s'accroîtra (dans la configuration permanente), la détente se poursuivra en régime supersonique jusqu'à une onde de choc. L'évolution des c_p se modifie alors comme l'indique la figure 4.

3° Pour V_0 supersonique, le point M_0 relatif à l'infini amont (*fig.* 2) doit appartenir à la branche supersonique; la quantité de mouvement passe de la valeur 0 au point ω à la valeur $\rho_0 V_0$, supersonique, à l'infini amont et, par conséquent, doit passer par un maximum. Or les fonctions (1) et (2) imposent que la quantité de mouvement s'accroisse de façon uniforme du bord d'attaque

à l'infini amont. Ces fonctions correspondent donc, ***dans un domaine extérieur*** (*fig.* 3), à une impossibilité physique. Il nous faut donc supposer : *a.* que dans une région extérieure l'écoulement n'est pas influencé et est carac-

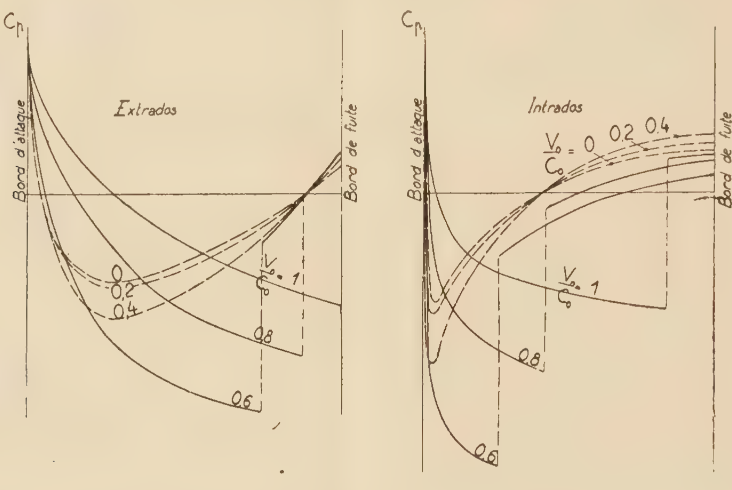


Fig. 4.

térisé par une quantité de mouvement uniforme $\rho_0 V_0$ (lignes de courant rectilignes); *b.* qu'à proximité de l'aile, les filets se heurtent à une masse fluide, où la présence de l'obstacle se fait sentir. Il se produit une compression brusque, non réversible, à l'avant du profil (faisant suite à la compression continue du domaine sonique), au delà de laquelle l'écoulement est de nouveau régi par la fonction (6).

AÉRODYNAMIQUE. — *Généralisation de la théorie du segment portant au cas de l'aile en dérive.* Note (1) de M. **Jean Legras**, présentée par M. Joseph Pérès.

L'application de la théorie de la ligne portante au cas d'une aile présentant un V longitudinal, ou simplement d'une aile en dérive, présente des difficultés connues. L'évaluation de la vitesse induite en un point de la ligne portante amène à des intégrales formelles telles que (2)

$$\int_0^\pi \left\{ \frac{1}{\cos\theta - \cos\varphi} + \frac{\sin\varphi}{|\cos\theta - \cos\varphi|} \right\} d\varphi.$$

Les auteurs cités notent que l'intégrale précédente prend un sens si l'on introduit l'intervalle d'exclusion $\theta - 2\varepsilon$, $\theta + 2\delta$, où ε et δ tendent vers zéro,

(1) Séance du 11 juin 1945.

(2) Theilheimer, *Journal of the Aeronautical Sciences*, **10**, mars 1943, p. 101; Gail, *ibid.*

liés par

$$(1+\sin\alpha)\log\varepsilon=(1-\sin\alpha)\log\delta.$$

Mais c'est là un artifice de calcul qui ne s'appuie sur aucune justification physique, et il n'y a aucune raison à priori de ne pas prendre

$$(1+\sin\alpha)\log\varepsilon=(1-\sin\alpha)\log\delta+f(\theta),$$

ce qui conduit à une limite arbitraire avec $f(\theta)$.

Les difficultés auxquelles je viens de faire allusion proviennent de ce que la vitesse verticale induite par la nappe des tourbillons libres devient infinie au voisinage de la ligne portante, sauf dans le cas où cette ligne portante est normale à V_0 (cas où la partie principale au sens de Cauchy s'introduit naturellement).

Plaçons-nous dans le cas d'une aile très mince. Dans le cas du mouvement plan on a pour la circulation la formule connue

$$\Gamma=-2V_0\int_{-t}^{0}g(u)\sqrt{\frac{t+u}{-u}}\,du,$$

où $g(u)$ définit la loi de pentes du profil considéré. Dans le cas de l'aile d'envergure finie, Γ et g dépendent de l'abscisse en envergure y, mais, par analogie avec la théorie du segment portant, il conviendra de remplacer en chaque point la partie g par une pente fictive $g-(w/V_0)$, w étant la vitesse induite par la nappe des tourbillons libres. On vérifie facilement que, pour les petites valeurs de u, w est de la forme

$$-2\sin\alpha\log|u|\Gamma'(y)+w_1(u,y),$$

où w_1 reste fini lorsque u tend vers zéro.

Dans ces conditions un calcul élémentaire montre, en première approximation par rapport à la profondeur t, la contribution du premier terme au calcul de Γ est $-\pi t w_1(0)$. En développant les calculs, on est conduit à l'équation

$$\Gamma(y)+\frac{kt}{4\pi}\int_{-1}^{+1}\frac{d\Gamma(\eta)}{y-\eta}=ktV_0\{j-\Delta_j\},$$

avec

$$\Delta_j=\frac{\sin\alpha}{4\pi V_0}\left\{\left(\operatorname{Log}\frac{64(1-y^2)}{t^2}\right)\Gamma'(y)+\int_{-1}^{+1}\frac{\Gamma'(\eta)-\Gamma'(y)}{|y-\eta|}\,d\eta\right\},$$

qui diffère de l'équation de Prandtl par l'introduction de la correction d'incidence Δ_j, et que l'on pourra traiter numériquement en évaluant approximativement cette correction d'incidence.

On a une équation analogue, mais un peu plus compliquée, dans le cas d'une aile en flèche de forme quelconque.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Extension d'une théorie de M. J. de Neumann au cas des projecteurs non commutables.* Note [1] de M. **Olivier Costa de Beauregard.**

Convenons d'appeler *question catégorique* toute question susceptible des seules réponses adéquates *oui* et *non*. Von Neumann, pour les besoins de la théorie quantique, a représenté ces questions par des opérateurs à deux valeurs propres, nommément des *projecteurs*, et associé la valeur 1 à la réponse *oui* et la valeur 0 à la réponse *non*. Soient $\mathcal{F}$? et $\mathcal{G}$? deux questions catégoriques, F et G leurs projecteurs, (F) et (G) les variétés linéaires fermées (v. l. f.) qui leur sont associées. Von Neumann a montré que, si F et G commutent ou, ce qui revient au même, si (F) et (G) sont orthogonales [2], la question $\mathcal{F}$ *et* $\mathcal{G}$? est une question catégorique, dont le projecteur est $FG = GF$ et, par conséquent, à laquelle est associée la v. l. f. *intersection* de (F) et de (G) [3]. Par ailleurs, au terme d'une longue analyse de logique symbolique, G. Birkhoff et J. v. Neumann ont admis que la logique adaptée à la théorie quantique n'est pas une logique du tiers exclu [4].

Nous voulons établir ici la théorie de la question $\mathcal{F}$ *et* $\mathcal{G}$? dans l'hypothèse où les projecteurs F et G ne commutent pas, et montrer directement, en faisant seulement appel aux propriétés de l'espace de Hilbert, que cette théorie impose l'emploi d'une *logique à trois valeurs*. Soient respectivement (E) et (I) les v. l. f. *ensemble* et *intersection* de (F) et de (G), E et I leurs projecteurs; ceux-ci sont parfaitement définis, bien qu'ils ne puissent s'exprimer en fonction de F et de G lorsque F et G ne commutent pas.

Une réponse *oui* à la question $\mathcal{F}$ *et* $\mathcal{G}$? doit être une fonction appartenant à la fois à (F) et à (G); la v. l. f. associée à la réponse *oui* est donc (I).

La v. l. f. $(1)-(E)$ [5] contient toutes les fonctions orthogonales à la fois à (F) et à (G), c'est-à-dire les réponses *non et non* à la question $\mathcal{F}$ *et* $\mathcal{G}$? Posons $(F_1)=(F)-(I)$ et $(G_1)=(G)-(I)$; les fonctions de (F) orthogonales à (G) sont toutes contenues dans (F_1); augmentées de leurs points d'accumulation, elles y définissent une v. l. f. (F_2); soit (G_2) la v. l. f. homologue dans (G_1). Les v. l. f. (F_2) et (G_2) contiennent respectivement les réponses *oui et non* et *non et oui* à la question $\mathcal{F}$ *et* $\mathcal{G}$? Soit (J) la v. l. f. somme des trois v. l. f. disjointes $(1)-(E)$, (F_2), (G_2); toute fonction de (J) est, d'une manière unique, somme de trois fonctions orthogonales des types précédents, et apparaît ainsi comme

---

[1] Séance du 9 juillet 1945.

[2] Nous employons l'adjectif *orthogonal* au même sens qu'en géométrie ordinaire. Nous appelons *disjointes* deux v. l. f. orthogonales dont l'intersection est vide.

[3] *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*, Berlin, 1932, pp. 130-134.

[4] *Ann. of Math.*, 37, 1936, p. 837.

[5] Pour l'homogénéité des notations, nous désignons symboliquement l'espace de Hilbert par (1).

une réponse *non* à la question $\mathcal{F}$ *et* $\mathcal{G}$?; nous allons voir qu'aucune fonction orthogonale à (J) n'est une réponse *non*.

Posons $(F') = (F_1) - (F_2)$ et $(G') = (G_1) - (G_2)$, et soit (K) la v. l. f. ensemble de (F′) et de (G′). Toute fonction de (K) est, d'une manière unique, somme d'une fonction de (F′) et d'une fonction de (G′); la première, contenue dans (F) et oblique sur (G), est une réponse *oui* à $\mathcal{F}$? et une réponse ambiguë, ou *peut-être*, à $\mathcal{G}$?. Soient (F″) et (G″) les v. l. f. complémentaires à (K) de (E′) et de (F′); la v. l. f. ensemble de (E″) et de (F″), contenue dans (K), est égale à (K) [6]. Toute fonction de (K) est donc, d'une manière unique, somme d'une fonction de (F″) et d'une fonction de (G″); la première, orthogonale à (F) et oblique sur (G) est une réponse *non* à $\mathcal{F}$? et *peut-être* à $\mathcal{G}$? On voit que les réponses du type *non et peut-être*, qu'on aurait pu être tenté d'assimiler aux réponses *non*, ne sont pas disjointes des réponses du type *oui et peut-être* qui, elles, sont certainement des réponses ambiguës; la v. l. f. (K), qui serait vide si (F) et (G) étaient orthogonales, contient donc les réponses *peut-être* à la question $\mathcal{F}$ *et* $\mathcal{G}$?

Les trois v. l. f. (I), (J), (K) étant disjointes et complémentaires à l'espace de Hilbert, nous connaissons la décomposition projective de l'opérateur attaché à la question $\mathcal{F}$ *et* $\mathcal{G}$?; pour achever de le définir, il reste à fixer les trois valeurs propres i, j, k correspondantes. Si (F) et (G) deviennent orthogonales, la possibilité d'une réponse *peut-être* s'évanouit et la question $\mathcal{F}$ *et* $\mathcal{G}$? devient catégorique; pour retrouver alors les définitions de J. v. Neumann, on prendra $i = 0$ et $k = 1$. Comme les bornes d'une probabilité normée sont 0 et 1, il est indiqué de prendre pour j une valeur déterminée, mais arbitraire, comprise entre 0 et 1.

La théorie que nous venons de résumer permet de traiter d'un point de vue nouveau le problème quantique des grandeurs non simultanément mesurables.

Remarques. — La question $\mathcal{E}$ *ou* $\mathcal{F}$?, entendue au sens *au moins* $\mathcal{E}$ *ou* $\mathcal{F}$?, reste, dans le cas général, une question catégorique. Au contraire la question $\mathcal{E}$ *ou* $\mathcal{F}$?, entendue avec exclusion, devient, dans le cas général, susceptible des trois réponses *oui*, *non*, *peut-être*; les v. l. f. correspondantes sont $(F_2) + (G_2)$, $(1) - (E) + (I)$, et (K).

---

(6) Il s'agit d'un cas particulier du théorème en vertu duquel, (F) et (F′), (G) et (G′) désignant deux couples de v. l. f. complémentaires à (K), (E) l'ensemble de (F) et (G) et (I′) l'intersection de (F′) et (G′), les v. l. f. disjointes (E) et (I′) sont complémentaires à (K).

Une transposition logique de cette proposition constitue l'un des postulats de la théorie de Birkhoff et von Neumann (*op. cit.*, p. 830, formule L 74, et p. 827).

RAYONS X. — *Spectres* L *et niveaux caractéristiques de l'iridium.* Note de M[lles] **Yvette Cauchois** et **Ioana Manesco**, présentée par M. Charles Mauguin.

Nous terminons actuellement une révision systématique des spectres et des niveaux d'énergie des atomes lourds. Nous donnons ici les résultats relatifs à l'iridium pour les principales raies d'émission L (Tableau I), les absorptions L (Tableau II) et les niveaux (Tableau III). Notre technique expérimentale et les procédés de calcul, désormais classiques, sont exposés par exemple, dans un travail analogue fait sur le bismuth ([1]).

Tableau I.

Émission.			λ (U. X.).	ν/R.	Émission.			λ (U. X.).	ν/R.
L_I	M_{II}	β_4......	1177,19	774,11	L_{II}	$N_{VI,VII}$	j''_8...	969,75	939,70
	M_{III}	β_3......	1138,57	800,36		O_I	j_8...	972,14	937,38
	M_{IV}	β_{10}.....	1094,79	832,37		O_{IV}	j_6...	965,15	944,17
	M_V	β_9......	1087,51	837,94	L_{III}	M_I	l....	1537,85	592,56
	N_{II}	j_2......	963,53	945,76		M_{IV}	α_2...	1359,75	670,17
	N_{III}	j_3......	957,42	951,80		M_V	α_1...	1348,58	675,73
	O_{II}	j_4......	926,45	983,61		N_I	β_6...	1175,61	775,15
	O_{III}	j_4......	925,58	984,54		N_{IV}	β_{15}...	1134,77	803,04
L_{II}	M_I	η......	1281,91	710,87		N_V	β_2...	1133,05	804,26
	M_{IV}	β_1......	1155,50	788,64		$N_{VI,VII}$	β'_7...	1109,33	821,46
	N_I	j_5......	1019,73	893,64		O_I	β_7...	1112,66	819,00
	N_{IV}	j_1......	988,91	921,49		$O_{IV,V}$	β_5...	1103,62	825,71

Tableau II.

Absorption.	λ (U. X.) d'après mesures antérieures rapportées par Siegbahn ([2]).		λ (U. X.).	ν/R.
L_I.....................	919,5	922,3	921,14	989,28
L_{II}.....................	965	965,4	965,00	944,32
Minimum d'intensité.....	–	–	964,66	944,65
L_{III}.....................	1103,6	1103,8	1103,42	825,86
R. B....................	–	–	1103,04	826,14
Maximum..............	–	–	1102,33	826,68

Tableau III.

Niveau.	K.	L_I.	L_{II}.	L_{III}.	M_I.	M_{II}.	M_{III}.	M_{IV}.	M_V.
ν/R...	$5605,7_0$	$988,9_0$	$944,3_3$	$825,8_6$	$233,3_8$	$213,9_5$	$187,7_0$	$155,6_9$	$150,1_3$

Niveau.	N_I.	N_{II}.	N_{III}.	N_{IV}.	N_V.	$N_{VI,VII}$.	O_I.	O_{II}.	O_{III}.	$O_{IV,V}$.
ν/R...	$50,7_0$	$42,3_0$	$36,2_6$	$22,8_3$	$21,6_0$	$4,5_1$	$6,9_0$	$4,4_5$	$3,5_2$	$0,1_5$

Les valeurs des longueurs d'onde d'émission retenues par Siegbahn ([3])

([1]) Y. Cauchois, *Cahiers de Physique*, 2e série, 7, 1942, pp. 1-12 et pp. 25 à 30.
([2]) M. Siegbahn, *Spektroskopie der Röntgenstrahlen*, 2e Aufl., 1931.
([3]) S. Kaufman, *Phys Rev.*, 45, 1934, pp. 385 et 613.

avaient été rectifiées dans quelques cas par Kaufman ([4]). Nous observons des écarts, qui atteignent jusqu'à 0,5 uX et qui sont toujours positifs, entre ces valeurs et les nôtres. La raie l, qui devait coïncider avec Cu K$\alpha_{3,4}$ ([5]), est en réalité située de l'autre côté de Cu Kα_1 dont elle est très voisine (un peu moins de 0,5 uX). Malgré des précautions particulières, l'émission Cu Kα, due sans doute à certaines pièces du tube et non à l'anticathode, apparaît encore très faiblement sur nos clichés; sa présence entraîne peut-être une légère erreur sur la mesure de Ir l, dont il faudrait tenir compte pour rechercher l'origine d'une légère divergence entre la séparation l (118,3$_1$ ν/R) et les séparations correspondantes des autres doublets de spin $L_{II}L_{III}$ qui se groupent autour de la valeur moyenne 118,47 ν/R à 0,02 près. La séparation K$\alpha_1\alpha_2$, d'après les mesures de E. Ingelstam ([5]), est égale à 118,48, en excellent accord avec nos déterminations des fréquences des raies L_{II} et L_{III} les plus fortes. Elle a été retenue dans la moyenne, ainsi que la séparation des discontinuités L_{II} et L_{III} (118,46). La mesure des émissions β'_7 et j' est difficile. j', qui est très proche de la discontinuité K de l'argent de l'émulsion photographique, en second ordre, doit être pointée sur des clichés pris à basse tension.

Le spectre d'absorption est dû à une couche mince de poudre d'iridium métallique. La discontinuité L_I se place près de la discontinuité d'absorption propre du brome de la plaque photographique, dans la région de très faible sensibilité; sa mesure est difficile. Les absorptions L_{II} et L_{III} montrent quelques structures; les plus nettes sont les minima d'intensité (particulièrement accentués dans le cas de L_{III}) présents au voisinage de L_{II} et de L_{III} respectivement, comme on pouvait s'y attendre.

Le calcul du niveau K fait usage des fréquences de Kα_1, α_2 et β_1 données par Ingelstam. Les valeurs des niveaux $N_{VI,VII}$ et O sont pratiquement égales pour l'iridium, où se produit donc une inversion de leurs *positions respectives*.

OPTIQUE ÉLECTRONIQUE. — *Détermination des éléments du premier ordre des lentilles électrostatiques symétriques*. Note ([1]) de MM. **Paul Chanson**, **André Ertaud** et **Claude Magnan**.

ÉTUDE DÉTAILLÉE DES ÉLÉMENTS DU PREMIER ORDRE DES LENTILLES SYMÉTRIQUES A HAUTE TENSION. — La connaissance des éléments du premier ordre d'un grand nombre de systèmes centrés électrostatiques serait très utile pour établir des avant-projets d'optique électronique.

Nous étudierons des lentilles symétriques à 3 diaphragmes et caractérisées par les paramètres suivants : δ_1 diamètre du diaphragme central, δ_2 diamètre des diaphragmes latéraux, σ intervalle entre axes des diaphragmes, k rapport de la tension de la lentille centrale à la tension d'accélération des électrons.

En tenant compte de la relation d'homothétie on peut fixer un de ces para-

([4]) *Nova Acta Reg. Soc. Sci. Upsal*, 4e série, 10, v, 1936.

([1]) Séance du 16 juin 1945.

mètres. Soit par exemple σ. Ce choix est commode au point de vue expérimental, car il fournit la tension maxima qu'il est possible d'appliquer à la lentille.

Distance focale. — Un premier élément optique fondamental d'une lentille est la distance focale.

Pratiquement il est commode d'avoir directement f en fonction des éléments géométriques δ_1, δ_2, σ. C'est ce que nous avons fait en calculant f par la méthode d'intégrations successives convergentes ([2]). Nous avons condensé les résultats obtenus sur un graphique (*fig.* 1), où sont tracées les courbes équifoyers en fonction de δ_1 et δ_2.

Les valeurs de δ_1, δ_2 et f sont exprimées en millimètres et correspondent à

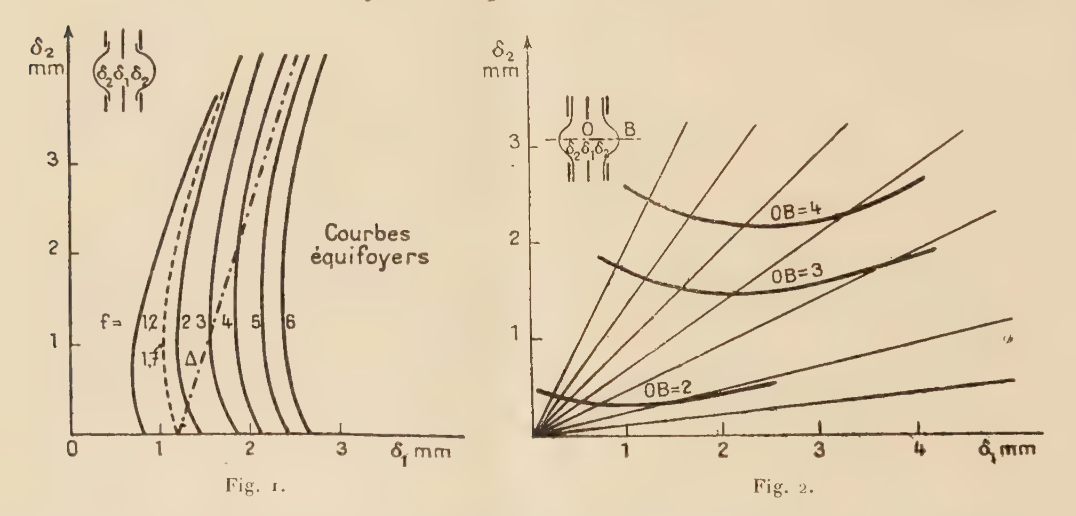


Fig. 1. Fig. 2.

un écartement de $1^{mm},7$ et à $k = 1$, ce qui permet d'appliquer une tension de 60000 volts.

L'examen de ce graphique permet quelques remarques intéressantes.

On peut dire en gros que, pour cette valeur de σ, la distance focale dépend peu de δ_2 et est voisine de $2\delta_1$. Pour faire une estimation précise il suffit de consulter le graphique, qui est établi avec une précision supérieure à 1 %. D'autre part cette faible influence de δ_2 montre qu'une dissymétrie, même notable, pouvant aller du simple au double, entre l'ouverture d'entrée et l'ouverture de sortie, ne modifie que très peu la distance focale.

Position du plan principal. — Dans tous les cas étudiés le plan principal reste voisin du centre de la lentille et au delà du centre relativement au foyer.

Position du foyer par rapport aux surfaces équipotentielles. — Il est très important de bien fixer la position du foyer dans le champ électrostatique.

L'objet à examiner en microscopie électronique est toujours très voisin du foyer, et l'objectif ne sera vraiment commode que si l'on peut mettre l'objet au

([2]) E. Brüche et O. Scherzer, *Geometrische Elektronenoptik*, 1934, p. 98. Dans cette méthode d'intégration les valeurs des potentiels et de sa dérivée seconde sont déterminées expérimentalement en chaque point de l'axe par une cuve rhéographique.

potentiel zéro. Aussi sur le graphique avons-nous tracé une ligne de démarcation Δ, qui sépare les lentilles dont le foyer est dans le champ de celles dont le foyer est extérieur au champ.

On voit ainsi que la lentille de plus court foyer utilisable dans ces conditions correspond à un foyer $f = \sigma = 1^{mm},7$. Cette circonstance se produit pour $\delta_2 = 0$ et δ_1 voisin de $1^{mm},1$. Dans ce cas l'objet peut être mis sur une grille qui sert de diaphragme d'ouverture nulle.

Variation de la distance focale avec le potentiel de la lentille centrale, la tension accélératrice des électrons restant constante. — Jusqu'ici nous avons supposé que le diaphragme central était porté au potentiel d'accélération des électrons et nous avons obtenu les foyers correspondants.

Or une manière très commode de faire varier le foyer consiste à modifier la tension de la lentille V en laissant constante la tension accélératrice U des électrons. Si la tension V diminue, la distance focale augmente. Il faut calculer cette variation de f en fonction du rapport $k = V/U$. C'est ce que nous avons fait pour un certain nombre de lentilles. Pour les valeurs de k voisines de 1, ce qui est le cas pratique, la variation est linéaire et l'on a

$$f_k = f_1\left[1 + p\left(\frac{1}{k} - 1\right)\right].$$

La valeur de p dépend du type de lentille, mais d'une manière générale s'écarte peu de la valeur 4 ou 5 pour des lentilles dont les valeurs de δ_1 et δ_2 correspondent à des points voisins de Δ. Une variation de 10 % sur la tension entraîne une variation d'environ 25 % sur les foyers.

Cette variation des foyers présente un grand intérêt dans le cas suivant : on est parfois conduit à employer une valeur faible de δ_1 pour des questions d'aberration, ce qui donnerait un foyer intérieur avec $k = 1$. Pour placer ce foyer à la limite du champ, il suffit de choisir une tension $V = kU$ convenable. Mais alors σ n'est plus la distance explosive. Cette dernière est à peu près diminuée dans le rapport k. Par suite, avec un δ_1 donné, on peut obtenir ainsi le minimum minimorum pour le foyer.

Pour faire un calcul pratique de cette nature, il est commode d'employer un graphique (*fig.* 2) qui donne la limite du champ en fonction de δ_1 et δ_2. Nous avons donc ainsi tous les éléments nécessaires pour faire une prédétermination des éléments du premier ordre des lentilles électrostatiques.

EFFET RAMAN. — *Étude théorique et expérimentale du spectre de Raman de la dolomie.* Note de Mlle **Lucienne Couture**, transmise par M. Aimé Cotton.

Nous avons étudié l'effet Raman sur un cristal rhomboédrique de dolomie [formule $(CO^3)^2$ MgCa; symétrie C_{3i}^2] dans les trois cas d'observation possibles [1], la lumière incidente étant naturelle.

---

[1] J. Cabannes, *Comptes rendus*, 211, 1940, p. 750.

Fréquence en cm^{-1}.		178.	301.	335.	724.	1099.	1444.	1754.
Polarisation et intensité	ρ_x...	1,40	9,8	0	0,09	0,02	0,63	0
	I_x...	0,75	1	0,03	0,15	1,9	0,06	0,06
	ρ_y...	1,00	0,96	0	1,10	0,37	1,06	0
	I_y...	0,9	1	0,03	0,20	2,3	0,14	0,04
	ρ_z...	1,21	1,10	–	6,3	0,18	2,0	0
	I_z...	0,65	1	0	0,08	0,5	0,04	0,04
Type..............		E_g	E_g	A_g	E_g	A_g	E_g	A_g

L'indice de ρ, facteur de dépolarisation, et de I, intensité relative, désigne la direction suivant laquelle est orienté l'axe optique du cristal (Ox direction du faisceau incident, Oy du faisceau diffusé, Oz direction perpendiculaire à Ox et Oy). Les intensités sont relatives à celle de la raie 301 cm^{-1}, prise arbitrairement égale à 1. Les différentes valeurs de ρ sont compatibles avec les règles de sélection, sauf pour la raie 178 cm^{-1} superposée à une raie d'émission du mercure. Nous avons d'autre part fait des mesures sur la calcite (symétrie D_{3d}^6) et trouvé des résultats tout à fait semblables à ceux de Michalke [2].

Interprétation des résultats expérimentaux. — 1° *Vibrations externes.* — Nous attribuons la raie 335 cm^{-1} à une des vibrations de type A_g permises dans la dolomie et interdites dans la calcite : la vibration, symétrique par rapport aux centres, des deux ions CO^3 de la maille parallèlement à l'axe ternaire; l'autre vibration A_g permise est une libration des ions CO^3 autour de leur axe ternaire qui doit produire une faible variation de polarisabilité. Les deux fortes raies 178 cm^{-1} et 301 cm^{-1} sont relatives, comme dans la calcite, l'une à des librations dégénérées des ions CO^3 autour d'axes situés dans leur plan, l'autre à des vibrations dégénérées de cisaillement, où les ions CO^3 vibrent sans changement d'orientation dans un plan perpendiculaire à l'axe ternaire. Ces dernières vibrations sont comparables à la vibration de fréquence 335 cm^{-1} : seule la direction de vibration est différente. Ceci conduit à attribuer à la vibration de cisaillement la fréquence 301 cm^{-1} et à la vibration de pivotement la fréquence 178 cm^{-1}. Cette attribution est semblable à celle faite par J. Cabannes [3] pour la calcite et contraire à celle faite par Nedungadi [4] pour le nitrate de sodium. La vibration de cisaillement, comme la vibration de pivotement, produit un mouvement de précession de l'ellipsoïde des polarisabilités autour de l'axe ternaire OZ.

2° *Vibrations internes.* — Sur les quatres raies permises dans le spectre de vibration interne de la dolomie, seules apparaissent les trois raies homologues de celles de la calcite; la dissymétrie pyramidale de l'ion CO^3 n'apparaît pas.

Vibration ν_1 (1099 cm^{-1}). — Les résultats sont en tout point comparables à ceux de la calcite.

Vibrations ν_3 (724 cm^{-1}) *et* ν_4 (1444 cm^{-1}). — Les facteurs de dépolarisation

(2) *Zeits. für Phys.*, **108**, 1938, p. 758.

(3) *Revue Scientifique*, **80**, 1942, p. 407.

(4) *Proc. Ind. Acad. Sciences*, A, **10**, 1939, p. 197.

de ces raies ($\rho_x = 0,1$ pour ν_3 et $0,6$ pour ν_4 dans la dolomie, $\rho_x = 0,3$ pour ν_3 et $0,7$ pour ν_4 dans la calcite) montrent que les coefficients $\varepsilon_{YZ} = \varepsilon_{ZX}$, interdits dans les vibrations dégénérées de l'ion CO^3 libre, apparaissent dans les vibrations internes correspondantes de ces cristaux. On ne peut cependant pas conclure de façon certaine qu'il existe une perturbation de ces vibrations internes due à l'entourage cristallin, entraînant l'apparition de ces coefficients dans le tenseur relatif à chacun des ions. En effet, si, dans une vibration interne, le centre de gravité de chaque ion CO^3 reste immobile, son atmosphère électronique peut se déplacer avec l'ensemble des trois atomes d'oxygène, dont le centre de gravité décrit un cercle autour de l'axe ternaire. Les atmosphères électroniques des deux ions CO^3 de la maille exécutent un mouvement de cisaillement, semblable au mouvement de vibration externe actif en effet Raman, et qui peut être responsable de la précession de l'ellipsoïde des polarisabilités autour de l'axe ternaire, correspondant à l'apparition des coefficients ε_{YZ} et ε_{ZX}. Cette remarque montre que le tenseur relatif à une vibration interne de l'ensemble de la maille peut n'être pas seulement la somme (avec des facteurs de phase convenables) des tenseurs relatifs à la vibration correspondante de chacun des ions; si, dans une vibration interne, les atmosphères électroniques des différents ions se déplacent les unes par rapport aux autres, il peut en résulter l'apparition de coefficients dans le tenseur relatif à l'ensemble de la maille. Ces coefficients ne pourront apparaître que dans le cas où la vibration externe, se faisant sur le même schéma que les déplacements des atmosphères électroniques, produit une forte raie de Raman.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Examen du polymorphisme du nitrate d'ammonium au moyen d'accolements sur le mica muscovite.* Note [1] de M. **Raymond Hocart** et Mlle **Agnès Mathieu-Sicaud**, transmise par M. Jacques de Lapparent.

On traite un petit fragment cristallin de nitrate d'ammonium, bien désséché, glissé dans une fente fraîche de clivage du mica. On fait décroître la température depuis la fusion.

1° *Phase* I (cubique). — Par refroidissement rapide on obtient des arborescences striées à branches rectangulaires orientées à 30° et 60° de la rangée [010] du mica, donc symétriques l'une de l'autre par rapport à la trace [100] du plan g^1 (010). Les branches allongées à 60° sont les plus fréquentes.

Par refroidissement lent les mêmes orientations se présentent, mais en quadrillage régulier.

(L'évaporation lente d'une solution chaude très peu sursaturée donne des plages à pointements cubiques très nets.)

Les paramètres du plan p (001) du mica sont : $a_0 = 5,18$ Å; $b_0 = 9,02$ Å; celui de la phase I est $a_0 = 4,40$ Å [2].

La maille carrée (100) de la phase I (multiple d'ordre 4), de côté égal

(1) Séance du 23 juillet 1945.

(2) Hendriks, Posjnak, Kracek, *J. Amer. Chem. Soc.*, 54, 1932, p. 2766.

à 8,80 Å, est en coïncidence approchée avec une maille pseudo-carrée du mica (multiple d'ordre 4), construite sur les rangées [310] = 8,98 Å et [110] = 5,20 Å, qui font respectivement des angles très voisins de 60° et 30° avec la rangée [010] du mica.

L'approximation dans la coïncidence est de 2 % en moins par rapport à [310], de 15 % en moins par rapport à [110].

La première, qui est de beaucoup la meilleure, explique la fréquence de l'allongement parallèle à [310].

2° *Phase* II (quadratique). — La préparation précédente, refroidie lentement de 124° à 80°, présente de grandes plages monocristallines, orientées comme précédemment à 30° et 60° de la rangée [010] du mica et dont la biréfringence faible caractérise la phase II. Ces plages montrent des fissures fines orientées à 30° et 60° de la même rangée; les fissures à 30° sont les plus nombreuses.

Les paramètres de la phase II sont (*loc. cit.*) : $a_0 = 5{,}75$ Å; $c_0 = 5$ Å. La pseudo-maille qui se substitue à celle de la phase I est caractérisée par $a'_0 = 5{,}75/\sqrt{2} = 4{,}065$ Å; $c'_0 = c = 5$ Å. Cette pseudo-maille (110) de la phase II (multiple d'ordre 4) s'oriente de la même manière que la maille (100) de la phase I; la rangée [001] de la phase II s'alignant sur la rangée [110] du mica, la rangée [110] de II sur [310] du mica.

L'approximation est de 9,5 % en moins par rapport à [310], de 4 % en moins par rapport à [110].

Dans le passage I → II il y a eu contraction du paramètre nitrate aligné sur [310] du mica; extension du paramètre aligné sur [110].

La fréquence des fissures à 30° de la rangée [010] du mica, la rareté des fissures à 60° sont ainsi justifiées.

3° *Phase* III (orthorhombique). — La préparation est refroidie lentement de 80° à 27°. Dans ce domaine l'apparence globale des plages précédentes ne se modifie pas, mais la biréfrigence croît par rapport au domaine précédent de température, et les fissures orientées à 30° de la rangée [010] du mica s'élargissent considérablement. Les fissures à 60°, déjà fines, se rétrécissent encore jusqu'à donner de simples lignes.

Au contraire, si l'on fait croître la température, les fissures à 30° se comblent partiellement pour redonner les fissures initiales.

La maille double (100) de la phase III en superposition approchée (multiplicité 4 pour le mica) a pour paramètre (*loc. cit.*) $b_0 = 7{,}66$ Å; $c_0 = 5{,}80$ Å.

La rangée [010] de la phase III s'aligne sur [310] du mica, [001] sur [110].

L'approximation est de 15 % en moins sur [310], de 11,5 % en plus par rapport à [110].

Dans le passage II → III il y a contraction du paramètre nitrate (8,13 à 7,66) aligné suivant [310] du mica, extension du paramètre (5 à 5,8) suivant [110].

Ces modifications justifient l'élargissement des failles orientées à 30° de la rangée [010] du mica, et la tendance à la disparition des failles orientées à 60°.

Conclusion. — *Ces essais : a. apportent une vérification simple des paramètres absolus des phases* I, II, III *du nitrate d'ammonium;*

b. mettent en évidence d'une manière élémentaire la correspondance des plans réticulaires denses dans les phases paramorphes du nitrate d'ammonium; au plan (100) *de* I *se substituent* (110) *de* II, *puis* (100) *de* III *sur le mica.*

MINÉRALOGIE. — *Au sujet d'une précipitation de carbonate de calcium observée dans la Mer Morte.* Note de M. **Louis Royer**, présentée par M. Charles Mauguin.

1. Bloch, Littman et Elazari-Volcani [1] rapportent que, le matin du 25 août 1943, toute la masse d'eau de la Mer Morte, à l'ordinaire parfaitement limpide à cette époque de l'année, présente une teinte blanchâtre et un aspect laiteux inusité. Des recherches montrent que ces changements de couleur et de transparence sont dus à la présence de fines particules de carbonate de calcium en suspension dans l'eau de mer. Un calcul approximatif indique que, dans la nuit du 24 au 25 août, environ 1 million de tonnes de carbonate de calcium s'est trouvé mélangé à la masse d'eau de la Mer Morte.

Les auteurs précités tentent vainement de donner l'explication de ce phénomène inattendu. Invoquant tantôt le vent, tantôt un tremblement de terre pour motiver cet apport massif de carbonate de calcium, ils sont amenés à abandonner successivement les différentes hypothèses et à conclure que des recherches plus détaillées sont nécessaires pour déterminer la cause des faits observés.

2. Pour ma part j'estime que ce phénomène n'a rien de mystérieux et qu'il s'explique aisément à la lumière des données océanographiques récentes.

En effet, on sait que les eaux de surface des Océans ont une tendance remarquable à tenir en solution des quantités de carbonate de calcium très supérieures à celle qui correspond à la saturation. Elles constituent ainsi des solutions fortement sursaturées en carbonate de calcium, qui peuvent se maintenir pendant un temps très long. Mais elles n'en sont pas moins en équilibre instable et un germe solide de carbonate de calcium peut provoquer la précipitation rapide et abondante de cristaux de carbonate de calcium dans de pareilles eaux. Des précipitations de ce genre ont été observées dans certaines mers tropicales peu profondes, en particulier dans les lagunes entourées de récifs de coraux.

3. Or l'eau de la Mer Morte, en dépit de sa salure particulière, a une composition chimique voisine de celle des eaux-mères des Océans. Il est donc fort probable que les conditions physicochimiques de cette mer soient analogues à celles des Océans.

---

(1) Bloch, Littman et Elazari-Volcani, *Nature*, 154, 1944, pp. 402-403.

On conçoit alors que l'apparition soudaine de cristaux de carbonate de calcium dans la Mer Morte, telle qu'elle est signalée par les auteurs précités, soit due simplement à deux causes : d'une part à l'existence, en surface de cette mer, d'une couche d'eau sursaturée en carbonate de calcium comme dans les Océans et, d'autre part, à l'arrivée de germes qui ont provoqué la précipitation du carbonate de calcium en excès.

4. Cette manière de voir me semble fortement étayée par le fait suivant : Dans les Océans la sursaturation de l'eau en carbonate de calcium n'existe que dans une couche d'eau superficielle relativement peu profonde (de l'ordre de 100^m dans l'Atlantique). Dans les régions plus profondes, l'eau n'est pas saturée en carbonate de calcium. La précipitation de cristaux de carbonate de calcium suivant le mécanisme que je viens d'évoquer ne peut donc se faire que dans une zone superficielle relativement peu profonde.

Or c'est bien ce qui s'est produit en Mer Morte. En effet, en étudiant l'intensité du trouble de l'eau de cette mer en fonction de la profondeur après le phénomène du 25 août 1943, les auteurs précités signalent que l'eau est pratiquement limpide à une profondeur de 50^m. Donc, seulement dans la couche d'eau comprise entre la surface et la profondeur de 50^m une précipitation de carbonate de calcium s'est produite, tandis que dans des profondeurs plus grandes rien ne s'est passé. C'est bien ce que l'on devait prévoir.

5. La cause du phénomène observé dans la Mer Morte et ses particularités s'expliquent donc d'une manière satisfaisante par la formation et la persistance d'une couche d'eau sursaturée en carbonate de calcium à la surface de cette mer. Le carbonate de calcium précipité n'aurait donc pas une origine extérieure à la mer, comme semblent l'admettre les auteurs précités, mais proviendrait de l'eau de mer elle-même. Quant à l'apport des germes solides qui provoquent la cristallisation de ce carbonate de calcium, il peut se faire, entre autres, par les rivières et les nombreuses sources qui déversent leurs eaux dans la Mer Morte.

Des précipitations analogues se sont produites dans le passé, puisque les profils de sondages effectués à partir du fond de la Mer Morte montrent des intercalations blanchâtres de même composition minéralogique que le trouble en suspension dans l'eau le 25 août 1943. Il y a de fortes chances pour qu'elles se renouvellent dans l'avenir, de préférence pendant la saison chaude, puisque la solubilité du carbonate de calcium diminue quand la température de l'eau de mer augmente.

Des déterminations systématiques de la teneur en carbonate de calcium des eaux de la Mer Morte en fonction de la profondeur permettront vraisemblablement d'expliquer complètement ces précipitations répétées de carbonate de calcium et d'en fixer la fréquence sous le climat actuel.

PÉTROGRAPHIE. — *Sur l'interprétation des apports dans les séries métamorphiques et l'origine des injections pegmatitiques.* Note ([1]) de MM. **Pierre Lapadu-Hargues** et **André Rivière**, présentée par M. Charles Jacob.

Les recherches de l'un de nous ([2]) ont montré la réalité d'apports d'origine profonde dans les séries métamorphiques silicoalumineuses, même lorsque celles-ci ne présentent aucune trace visible de montées venues de la profondeur. Ces apports semblent se faire par migration à travers une phase unique, constituée par la masse rocheuse en cours de métamorphisme. La *migration effective* de nombreux éléments implique *a fortiori* la possibilité de migration des *minéralisateurs* et, en particulier, de l'eau dont la présence en profondeur est certaine et dont les éléments interviennent dans la constitution de nombreux minéraux. Dans le cas de schistes cristallins à texture homogène et sans apport individualisé, ces éléments minéralisateurs imprégneraient la roche sans y constituer une phase distincte et y existeraient, en quelque sorte, à l'état de solution solide (au moins d'un point de vue thermodynamique). Par suite des conditions de température et de pression régnant aux profondeurs où se produisent habituellement les transformations du métamorphisme, on a les plus grandes chances, au moins dans les zones inférieures ou moyennes, de se trouver dans des conditions *supercritiques*. Or on connaît le pouvoir dissolvant de l'eau dans ces conditions et l'on conçoit qu'en dehors même de son déplacement propre, elle puisse faciliter la migration à l'état d'ions des éléments solubles par un mécanisme qui ne serait peut-être pas sans analogie avec les phénomènes osmotiques.

Cette hypothèse donne une explication satisfaisante à la fois de l'extension des migrations constatées et aussi des modalités de ces migrations, modalités qui semblent être régies par la valeur des rayons ioniques des éléments. Elles permettent également de donner une explication des anomalies constatées dans la répartition de Fe^{++} et de Mg^{++}. Pour l'un de nous ([3]), la diminution de la teneur de ces éléments en profondeur, alors qu'ils sont abondants dans le sédiment initial, tiendrait au fait qu'ils ont été balayés dans les zones profondes par le milieu minéralisateur, qui a dû *migrer* lentement à travers la série au cours des phénomènes métamorphiques. La discontinuité observée dans les zones moyennes du métamorphisme ([4]) tiendrait au fait qu'à partir de ces niveaux, le solvant issu de la profondeur serait saturé en ces éléments. Cette saturation serait atteinte d'autant plus facilement que l'abaissement de pression et de température entraîne une réduction notable de la solubilité; on comprend ainsi que,

([1]) Séance du 23 juillet 1945.

([2]) *C. R. Somm. Soc. géol. Fr.*, 1945, 1, p. 11.

([3]) A. Rivière, *Bull. Soc. géol. Fr.* (séance du 18 juin 1945).

([4]) P. Lapadu-Hargues, *Bull. Soc. géol. Fr.* (séance du 18 juin 1945).

dans les zones corticales, il ne se produise plus de modifications sensibles relativement à ces éléments.

Cette interprétation ne tient pas compte de la possibilité d'eaux agissant *per descensum*. Mais il nous a paru difficile d'imaginer que ces phénomènes puissent se produire dans la période active du métamorphisme, en même temps qu'une ascension de minéralisateurs en migration de bas en haut à travers la série : cette dernière ne peut évidemment avoir lieu qu'en déplaçant vers le haut l'eau d'imprégnation des sédiments.

Dans les conditions de température régnant aux profondeurs où se produisent habituellement les phénomènes métamorphiques, les minéralisateurs doivent avoir tendance à se dégager de la masse où ils étaient dissous et à présenter en quelque sorte une *tension de vapeur* relativement élevée. La solution ne peut donc persister que sous réserve d'une pression, de caractère hydrostatique ou autre, supérieure à cette tension, et c'est ce qui semble avoir été le cas pour les faciès banaux à structure homogène et sans apport visible.

Si, pour une raison quelconque, par exemple d'origine tectonique, cette pression s'est trouvée réduite, les minéralisateurs ont dû tendre à se dégager sous une pression égale à leur tension de vapeur, constituant ainsi une *seconde phase* fluide (les termes *liquide* et *gaz* ne convenant plus au-dessus de la température critique) distincte de la phase *solide* constituée par la roche. Des systèmes d'interstices ou de fissures ont pu ainsi s'ouvrir et être maintenus béants par la pression propre du fluide qui les remplissait. Comme l'a signalé l'un de nous ([2]), une telle phase fluide était évidemment très favorable à la cristallisation de ségrégations pegmatitiques, comparables à celles qui apparaissent au voisinage des magmas profonds. Il y a de grandes chances pour que beaucoup de *diadysites*, d'*embréchites* et même de gneiss d'injection se soient ainsi constitués. Ce mode de formation au sein d'un réseau de cavités occupées, simultanément à leur formation, par une phase fluide où les échanges sont faciles, permet d'expliquer l'homogénéité souvent constatée du matériel *injecté*, qu'il serait plus juste, au moins dans ce cas, d'appeler *matériel de ségrégation*. Ainsi s'expliquerait aisément la structure des migmatites, de même que des gneiss et micaschistes *injectés lits par lits*, faciès dont la genèse par apport extérieur à la roche a toujours paru peu compréhensible; toutes ces roches peuvent avoir ainsi pour origine, non une venue de l'extérieur, mais bien une ségrégation d'éléments déjà préexistants dans celles-ci et qui s'en séparent à la faveur d'une phase de rémission.

Ajoutons que l'examen des faciès cristallins qui accompagnent le socle métamorphique de régions de la Margeride et du Mont-Lozère, montre que les migmatites franches se localisent le plus volontiers le long des zones moins rigides de l'édifice cristallin. Suivant ces zones, se sont ultérieurement installés des accidents cassants qui ont rejoué à différentes époques : zone de La Canourgue-Aumont-Aubrac et de Villefort-Langogne (Lozère).

C'est le long de ces régions moins résistantes du socle qu'ont pu se manifester les abaissements de pression qui ont affecté le système rigide monophasé établi en profondeur et, de fait, c'est là que se sont localisées les belles migmatites typiques connues dans ces régions.

Ainsi cette nouvelle interprétation s'accorde avec des observations de terrain recueillies d'une manière tout à fait indépendante et elle permet de comprendre les analogies de composition chimique globale existant entre les *migmatites* et les *ectinites* des mêmes zones de métamorphisme ([3]).

ANATOMIE COMPARÉE. — *Sur les hydatides du tractus génital mâle chez* Talpa Europæa *L.* Note de M. **René Godet**, transmise par M. Maurice Caullery.

Étudiant l'organogénèse sexuelle de la Taupe (*Talpa Europæa* L.), nous avons été amené à étudier certaines ébauches hétérologues du tractus génital mâle traduisant une nette ambisexualité. Nous avons, en particulier, mis en évidence, au niveau de l'épididyme, des formations que nous rapprochons de celles connues sous le nom d'hydatides, décrites chez l'Homme et dont S. Zuckerman et P. C. Krohn (1937) ont montré, chez *Macaca mulatta*, qu'elles avaient la valeur d'éléments mullériens ([1]).

Le plus fréquemment on observe, chez le mâle, dans la partie latéro-externe de la tête de l'épididyme, une vésicule close, translucide, ellipsoïdale, mesurant $700 \times 800^{\mu}$ (*fig.* B). Cette vésicule est limitée par un épithélium cylindrique bas, unistratifié, d'environ 17^{μ} de hauteur. Elle contient un liquide hyalin, dépourvu d'éléments figurés, légèrement éosinophile et se trouve encapsulée dans une trame conjonctive.

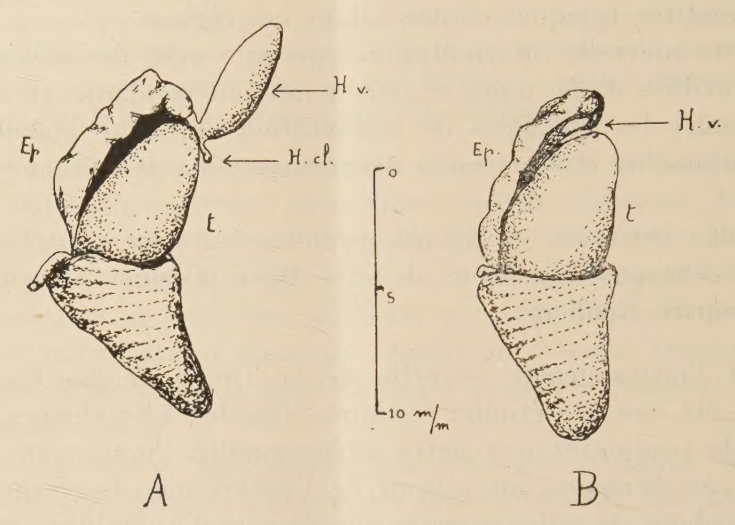
Exceptionnellement, à côté de cette formation on trouve, chez certains individus, un élément claviforme, plein, long de 200^{μ}, constitué par un stroma conjonctivo-musculaire, limité par un épithélium cylindrique haut de 10^{μ} environ et formé par une ou deux couches de cellules. Quelques individus présentent les deux formations.

Dans le but de préciser la nature de ces éléments, qui topographiquement font penser aux hydatides de Morgagni, nous avons injecté à une série de Taupes mâles des hormones androgènes et œstrogènes. Pour ne pas préjuger de l'homologie de ces formations nous désignerons la première par le terme d'*hydatide vésiculaire* et la seconde par celui d'*hydatide claviforme.*

Aucune réaction notable n'a été observée à la suite du traitement par le propionate de testostérone. En revanche nous avons obtenu une hypertrophie très nette des hydatides à la suite du traitement par la déshydrofolliculine (benzo-gynœstryl).

([1]) *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, 228, 1937, p. 147.

Les doses, pour les 6 animaux traités (2 jeunes immatures de 2 et 3 mois et 4 adultes), ont été de 1,5, 3,5, 5,5, 10 et 15^{mg}. Les injections sont faites à 5 jours d'intervalle, en 2 à 3 fois, et les animaux sont autopsiés de 5



Ep, épididyme; *H. cl.*, hydatide claviforme; *H. v.*, hydatide vésiculaire; *t*, testicule.

à 18 jours après l'injection initiale. Tous les animaux ont montré une rétention urinaire manifeste, qui nous a amené, dans deux cas, à sacrifier précocement les individus traités.

Macroscopiquement (*fig.* A), dans le cas le plus net, on voit se développer deux appendices claviformes, l'un, très volumineux, mesurant $1800 \times 1000^{\mu}$ et correspondant à l'hydatide vésiculaire; l'autre, plus discret ($385 \times 200^{\mu}$), massif et qui, topographiquement, représente l'hydatide claviforme. Chez les autres animaux l'hypertrophie des hydatides est plus limitée, mais dans tous les cas l'hydatide vésiculaire présente un aspect en massue caractéristique.

A l'examen microscopique on observe que l'hypertrophie résulte d'un accroissement de l'épithélium vésiculaire qui limite une volumineuse ampoule. Le développement du conjonctif est également massif. L'hydatide claviforme reste pleine, cependant que son épithélium subit une métaplasie importante.

En résumé, la Taupe mâle présente, au niveau de la tête de l'épididyme, deux formations vestigiales réagissant spécifiquement aux hormones œstrogènes et correspondant aux formes similaires décrites par Zuckerman et Krohn chez *Macaca mulatta*, où elles se trouvent également stimulées par un traitement œstrogène.

La séance est levée à $15^{h}50^{m}$. L. B.